١٠

حکومەتا هەرێما کوردستانێ
وەزارەتا پەروەردێ – ڕێڤەبەریا گشتی یا پرۆگرام و چاپەمەنیان

بیرکاری بۆ هەمووان

پەرتووکا قوتابی
پۆلا دەهێ ویژەیی

چاپا پێنجێ
٢٧١٦کوردی ٢٠١٦زایینی ١٤٣٧مشەختی

وەرگێران بۆ کرمانجیا ژووری و گۆنجاندن
شکری حسن سلو

پێداچوونا زمانی
مەجید محەمەد سەعید باجلۆری

پێداچوونا زانستی
الیاس حیدر الیاس

پێداچوونا چاپکرنێ
شکری حسن سلو

سەرپەرشتێ هونەری یێ چاپێ
عثمان پیرداود کواز
سعد محمد شریف صالح

ناڤەرۆکا پەرتووکێ

بەشێ 1 هاوکێشە
EQUATIONS

بەشێ 2 هێز و رەگ
POWERS AND RADICALS

بەشێ 3 ئەگەر
PROBABILITIES

بەشێ 4 پیڤەرێن ئامارێ
STATISTICAL MEASUREMENTS

بەشێ 5 سێگۆشەزانی
TRIGONOMETRY

ناڤەرۆکا پەرتووکێ

1 **Equations** **هاوکێشە** 1

1 دەروازەیەك بۆ هاوکێشەیان
2 .... Introduction to Equations

2 شیتەڵکرنا بڕێن جەبری یێن دووجای
7 .... Factoring Algebraic Quadratic Expressions

3 شیکارکرنا هاوکێشەیا دووجای ب یاسایێ
16 .... Solving Quadrotic Equation By Formula

21 **Powers and Radicals** **هێز و رەگ** 2

22 .... Powers هێز 1
31 .... Radical Expressions بڕێن رەگدار 2
39 .... Logarithms لۆگاریتم 3

45 **Probabilities** **ئەگەر** 3

46 .... Introduction To Probability دەروازەیەك بۆ ئەگەرێ 1
52 .... Probability ئەگەر 2

3 یاسایا بنچینەی یا هەژمارتنێ
60 .... Fundamental Counting Priciple

4 گۆڕین (گۆهۆرین) و ریزبەندی و گونجین
64 .... Permutations, Arrongements and Combinations

75 **Statistical measurments** **پیڤەرێن ئاماری** 4

76 .... Measures of Centrol Tendency پیڤەرێن رووکرنا چەقی 1
86 .... Measures of Dispersion پیڤەرێن پرتبوونێ 2

93 **Trigonometry** **سێگۆشەزانی** 5

1 رێژەیێن سێگۆشەی و شیکارکرنا سێگۆشەیا وەستاو
94 .... Trigonometric Ratios and Solving Right Triangle

بەشێ 1

هاوکێشە Equations

پەرتووکا (الجبر و المقابلة) یا زانا (محمد بن موسی الخوازی) ژ پەرتووکێن پێشییێیە، کو بەحسێ جەبرێ کری. پەیڤا جەبر ژ ڤێ پەرتووکێ بۆ جیهانێ بەلاڤبوو، کو نهۆکە ب زۆربەی زمانێن جیهانێ دهێتە بکارئینان، دگەل هندەك گوهۆڕینین کێم ل دەربڕینێ.

خوارزمی پەیڤا (الجبر) بکاردئینا ل دەمێ کاردکر دگەل هاوکێشان ب مەبەستا شیکارکرنا وان. جەبرا هاوکێشێ پێی رێکا خوارزمی ئانکو زێدەکرنا ژمارەکێ بۆ هەردوو لایێن هاوکێشێ بۆ ئازادکرنا نەزانراوی و دیارکرنا بەهایێ وی. خوارزمی پشتبەستبوو ب زانستێ جەبرێ بۆ لێکۆڵینێن زانستی ل بوارێن جوگرافی و گەر دووناسێ.

وانە

1. هاوکێشە
2. شیتەڵکرنا بڕێن جەبری یێن دووجای.
3. شیکارکرنا هاوکێشەیا دووجای ب یاسایێ.

ئەسنز لاب ئێکە ژ ئامیرێن بەرێ، کو زانایان بکاردئینا بۆ لێکۆڵینا جهێن ستێران.

TERRE·MO TVS

وانە
1

دەروازەيەك بۆ هاوكێشەيان
Introduction to Equations

ئارمانج

- سيفەتێن يەكسانبوونێ دێ ناسين و دێ بكارئيينين.
- هاوكێشەيێن هيلی دێ ب جەبرێ و ب روونكرنێ نڤيسين و شيكاركەين.

بۆچی

ئەم دكارين گەلەك پێدڤيێن ژيانا ڕۆژانە ب كارئينانا هاوكێشان شيكاربكەين. هاوكێشە وەكو تەرازوويێيە. هاوتای وەسا دكەت كو كردارێ يەكسانێ دگەل هەردوو لايێن وێ بكەين. (ئانكو هەردوو لايێن هاوكێشێ).

هاوكێشە دبيتە يەكسانبوون ل ناڤبەرا دوو بڕان، كو گۆڕاوەك يان زێدەتر **تێدا** هەيە، دبێژنێ نەزانراو.

$12x = 10$، هاوكێشەيەكا ئێك گۆڕاوە كو (x) 0

$2x - 3y = 12$ ، هاوكێشەيەكا دوو گۆڕاوە كو (x) و (y).

هەر ژمارەيەك كو ب لجهدانانێ پاسادانا هاوكێشێ بكەت (ئانكو بگۆڕيت بۆ يەكسانييەكا دروست پشتی دانانا ژمارێ ل جهێ گۆڕاوی) دبێژنێ ڕەگێن هاوكێشێ.

بۆ نموونە: ژمارە $\frac{5}{6}$ دبيتە ڕەگێ هاوكێشا $12x = 10$ چونكی هەكە ئەوێ ژمارێ ل جهێ گۆڕاوی دانێين دێ رستە بيتە يەكسانييەكا دروست $12 \times \frac{5}{6} = 10$.

شيكاركرنا هاوكێشێ ئانكو دياركرنا كۆمەلەكا ژماران كو دبنە ڕەگێن هاوكێشێ، دبێژنە ئەوێ كۆمەڵێ، **كۆمەلا شيكارێ بۆ هاوكێشێ**، چێدبيت ئەو كۆمەلا دانەيەك **تێدا** هەبيت يان زێدەتر ژ دانەيەكی، يان ژمارەكا بێ دوماهيك ژ دانەيان **تێدا** هەبيت، چێدبيت كۆمەلا شيكارێ **كۆمەڵەيا بەتاڵ بيت** $\varnothing$ ، ئانكو هيچ دانەيەك **تێدا** نەبيت.

سيفەتێ يەكسانبوونا ژمارەيێن راستی، و سيفەتێ لجهدانانێ بۆ شيكاركرنا هاوكێشان بكاردئيينين.

سیفەتێن یەکسانبوونێ

سیفەتێ وێنەدانەوە **Reflexive Property**	$a=a$
سیفەتێ هاوجێبوونێ **Symmetric Property**	هەگە $a=b$ دێ $b=a$
سیفەتێ تێپەڕبوونێ **Transitive Property**	هەگە $a=b$ − $b=c$ دێ $a=c$
سیفەتێ کۆمکرنێ **Addition Property**	هەگە $a=b$ دێ $a+c=b+c$
سیفەتێ لێدەرکرنێ **Subtraction Propret**	هەگە $a=b$ دێ $a-c=b-c$
سیفەتێ لێکدانێ **Multiplication Property**	هەگە $a=b$ دێ $ac=bc$
سیفەتێ دابەشکرنێ **Division Property**	هەگە $a=b$ دێ $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$ دەمێ $c\neq 0$

سیفەتێ ل جهدانانێ **Substitution Property**

هەکە $a=b$ لجهدانانا b ل جهێ a د هەر دەستەواژەیەکا دروستدا، دێ ب دروستی مینیت.

شیکارکرنا هاوکێشان ل هەموو دەمان ب سادەکرن و لادانێ و یەکتربەستنێ دەستپێدکەت.

نموونە 1

بجهئینان

پلەکانی گەرما

دوو جۆرێن پیڤەران هەنە بۆ پلا گەرماتییێ، پیڤەرێ سەدی **Celsius** و پیڤەرێ فەهرەنهایت **Fahrenheit** پەیوەندی ل ناڤبەرا هەردوو پیڤەران ئەڤەیە $F=\frac{9}{5}C+32$، F هێمایێ پلا گەرماتیا پیڤەرێ فەهرە نهاتیە و C هێمایێ پلا گەرماتیا پیڤەرێ سەدییە.

د بەلاڤکرنەکا کەش و هەوایدا هات، پلا گەرماتیا ئیرۆ 86 پلەیە ب پیڤەرێ فەهرەنهایت. پلا گەرماتییێ چەندە ب پیڤەرێ سەدی؟

شیکار:

$F=\frac{9}{5}C+32$	ڕێسا
$86=\frac{9}{5}C+32$	ژمارە 86 ل جهێ F دانە.
$86-32=\frac{9}{5}C+32-32$	32 دەربکە ژ هەردوو لایان بکارئینانا سیفەتێ لێدەرکرنێ
$54=\frac{9}{5}C$	کورتبکە
$\left(\frac{5}{9}\right)54=\left(\frac{5}{9}\right)\left(\frac{9}{5}C\right)$	هەردوولایان ل $\frac{5}{9}$ بدە بکارئینانا سیفەتێ لێکدانێ
$30=C$	کورتبکە
$C=30$	سیفەتێ هاوجێبوونێ بکاربینە

هەوڵبدە: پلا گەرماتییێ ب پیڤەرێ فەهرەنهایت دبیتە چەندە؟ هەکە ب پیڤەرێ سەدی 35 پلە بیت.

نموونە

2 هاوکێشەیا $2x+7=5x-9$ شیکاربکە.

شیکار

$2x+7=5x-9$ هاوکێشە

$2x+7-7=5x-9-7$ ژمارە 7 ژ هەردوو لایان دەربکە بکارئینانا سیفەتێ لێدەرکرنێ

سادەبکە

$2x=5x-16$

$2x-5x=5x-16-5x$ $5x$ ژ هەردوولایان دەربکە بکارئینانا سیفەتێ لێدەرکرنێ

ساده‌بکه‌

$-3x=-16$

$\frac{-3x}{-3}=\frac{-16}{-3}$ هەردوو لایان لسەر 3- دابەشبکە بکارئینانا سیفەتێ دابەشکرنێ

ساده‌بکه‌

$x=\frac{16}{3}$

ساخبکە:

$$2\times\frac{16}{3}+7\overset{?}{=}5\times\frac{16}{3}-9$$

$$\frac{32+21}{3}\overset{?}{=}\frac{80-27}{3}$$

$$\frac{53}{3}=\frac{53}{3}$$

ڤێجا، $x=\frac{16}{3}$ رەگێ هاوکێشە

هەوڵبدە هاوکێشەیا $3x+12=-5x+24$ شیکاربکە، شیکارێ ساخبکە ب لجهدانانێ

راهێنان

بەردەوامبوون دبیرکارییدا

ل بیرا تەبیت:

دوو هاوکێشە هاوتا دبن هەکە هەمان رەگ هەبن.

ئەوان سیفەتان دیاربکە کو ل شیکارکرنا ڤان هاوکێشان دهێنە بکارئینان.

1 $52=-2.7x-3$ **2** $x+2.2=\frac{x}{5}$ **3** $3x-5=2x-2$

4 ڕوونبکە چەوا هاوکێشەیەکا هاوتا بۆ $4x-7=4$ ب دەست دکەڤیت.

راهێنانێن ئارەستەکری

ڤان هاوکێشان شیکاربکە و شیکارێن وان ساخبکە.

5 $4x+12=20$ **6** $\frac{x}{5}+3=4$

7 $-\frac{5}{2}x+\frac{5}{2}=2-3x$ **8** $7-6x=2x-9$

راهێنان و بجهئینان

ڤان هاوکێشان شیکاربکە

9 $2x-5=1$

10 $-2x-7=9$

11 $5x-3=12$

12 $20=6x-10$

13 $4-5x=19$

14 $3x+1=\frac{1}{2}$

15 $4x+80=-6x$

16 $7x=-2x+5$

17 $5x+3=2x+18$

18 $4x-3=x+7$

19 $\frac{1}{5}x+3=2$

20 $\frac{1}{4}x-\frac{5}{2}=-2$

21 $\frac{1}{2}x+2=0$

22 $\frac{1}{3}x=-x+4$

23 $x-5=-\frac{3}{2}x+\frac{5}{2}$

24 $-\frac{1}{3}x+1=\frac{3}{2}x-1$

25 $\frac{2}{3}x+9=\frac{1}{2}x-4$

26 $\frac{1}{4}x-3=6x$

27 $\frac{1}{3}x-\frac{4}{3}=\frac{1}{6}x-1$

28 $\frac{2}{5}x+\frac{6}{5}=x-3$

ڤان هاوکێشان بکارئینانا بژمێریٚ شیکاربکە، شیکاریٚ نزیکبکە بۆ نێزکترین بەش ژ سەدیٚ.

29 $0.24x+1.1=2.56x-1.5$

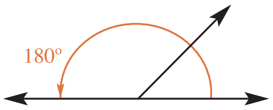
30 $1.05x-4.28=-2.65x+4.1$

31 $0.67x-8.75=-0.48x+3.99$

32 $5.9(0.33x-1.33)=1.03x-5.72$

گرێدان

33 **ئەندازە:** پیڤانا گۆشەکیٚ ژ دوو گۆشێن پرکەر دبیتە دووجارانی پیڤانا گۆشا دی و 45 پلە بۆ زێدەکربیت. هاوکێشەکیٚ بنڤیسە و بکاربینە بۆ دیارکرنا پیڤانا هەردوو گۆشان.



بجهئینان

هاوکێشەکا گۆنجای بۆ ئەڤێن ل خواریٚ بنڤیسە پاشی شیکاربکە:

34 **بۆ خۆشییٚ:** بهاییٚ پلێتا چوونا ژۆرا بازێریٚ یاریان 6000 دینارە، بهاییٚ بەشداریکرنیٚ ل هەر یاریەکیٚ 1500 دینارە. هەکە 30 000 دینار ل گەل تەبن، ل چەند یاریان تو دکاری بەشدار ببی؟

35 **ئابووری:** شڤانی ب 1 750 000 دیناران کۆمپیۆتەرەکا نوو کڕی. بهاییٚ ئەڤی کۆمپیۆتەری سالانە 250 000 دیناران کێمدبیت، پشتی چەند سالان بهاییٚ ویٚ دیٚ بیتە سفر؟

36 **داهاتی:** دوو خستنەروویێن کاری بۆ ئارامی هاتن ژ کۆگەها فرۆتنا جلو بەرگان.

- یا ئێکیٚ: 600 هزار دینار هەیڤانە دگەل 10 هزار دینار بۆ هەر متایەکی بفرۆشیت.
- یا دوویٚ: 800 هزار دینار هەیڤانە دگەل 8 هزار دینار بۆ هەرمتایەکی بفرۆشیت.

ژمارا ئەوان متایێن پێدڤی کو ئارام بفرۆشیت چەندە، دا ل هەردوو خستنە روویان هەمان دەستکەفت هەبیت؟

37 **داهاتیێ** کارگەهەکێ کارەك سپارتە کارژینێ بەرامبەر 60 هزار دینار ل حەفتەیەکێ. بۆ هەر ژمارەکا کارکرنێ 7500 دیناران زێدەدکەتە سەر بهایێ حەفتییێ. ئەرێ دڤێت کاژین چەند دەمژمێران کاربێکەت دا ل دوماهیا حەفتییێ کراسەکی ب 120 هزار دیناران بکڕیت؟

لێنێرینەك بۆ پاش

ڤان بڕان بهەژمێرە

38 $3(2-(5-3)-7)+2$

39 $-(-5^2)^3$

لێنێرینەك بۆ پێش

رامانا ڤێ دەستەواژێ ب بیرکارییێ شلۆڤە بکە.

40 $y > -5$

41 $-3 < x < 3$

42 $-1 \le y \le 1$

43 $x \ge -3$

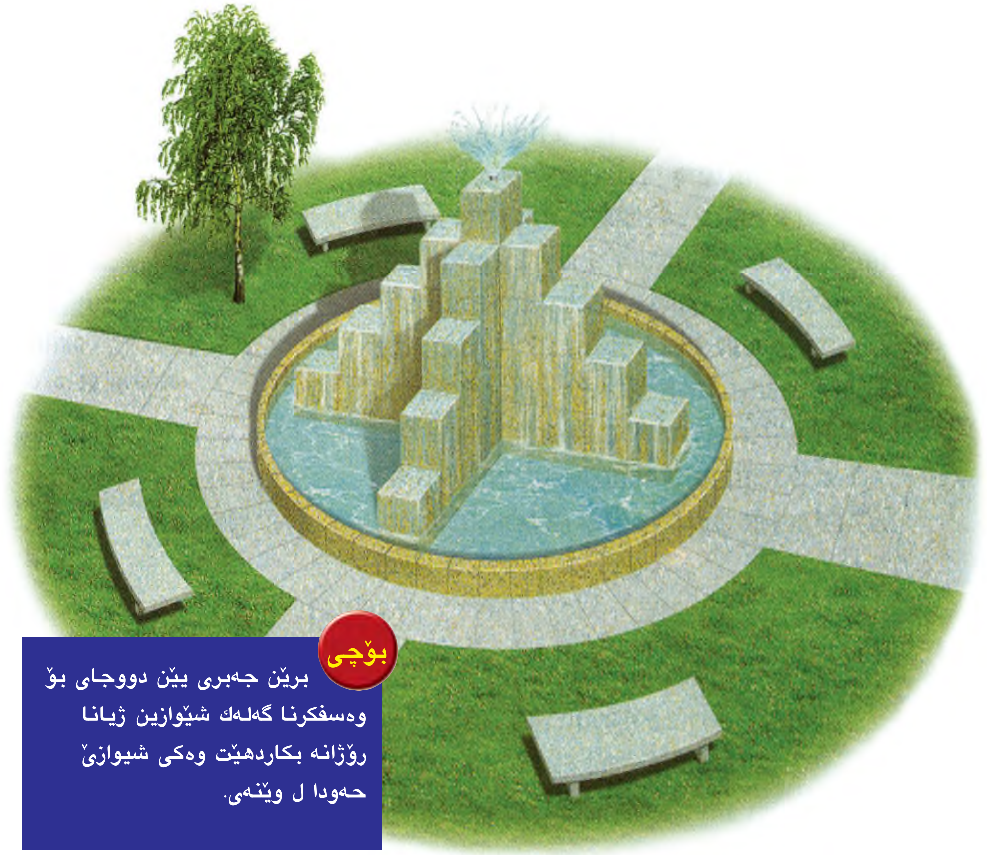
وانه 2

شیتەڵکرنا بڕێن جەبری یێن دووجای

Factoring Algebraic Quadratic Expressions

ئارمانج

- بڕێن جەبری یێن دووجای شیتەڵدکەن.
- شیتەڵکرنێ بکاردئینین بۆ شیکارکرنا هاوکێشەیێن دووجای.



بۆچی

بڕێن جەبری یێن دووجای بۆ وەسفکرنا گەلەك شێوازین ژیانا رۆژانە بکاردهێت وەکی شیوازێ حەودا ل وێنەی.

بجهئینان

ئەندازەیا تالارسازی

ئەندازیارەکی تالارسازیێ حەودەك ل باغێ گشتی دروستکر، وەکو ل وێنێ سەری دیار. ئەندازیاری دناڤ حەودێدا هندەك شەشپاڵوویێن هاوشێوە ب شێوێ نیشانا لێکدانێ × رێزکرن ب چەند ئاستێن جیاواز. و ب جۆرەکی کو ژمارا شەشپاڵوویێن هەر لایەکی شێوێ هێمای کێمتر بیت ب ئێکێ ژ ژمارا شەش پاڵوویێن لایێ دکەڤیتە ژێر وی. رێسایا $m = 2n^2 - n$ دهێتە بکارئینان بۆ هەژمارتنا ژمارا شەشپاڵوویان m یێن پێدڤی بۆ ئاڤاکرنا حەودێ و n ژمارا ئاستانە. ژمارا ئاستێن حەودێ چەندە هەکە ژمارا شەشپاڵوویان 66 بیت.

شیتەڵکرنا بڕێن جەبری یێن دووجای

لێکدان

$$2x^2 + 6x = 2x(x+3)$$

شیتەل

ل دەمێ تو فێری لێکدانا دوو بڕێن جەبری وەك $x+3$ و $2x$ بووی تە ئەنجامێ لێکدانا هەردوو بڕان دگۆهارت بۆ سەرجەمێ کۆمەڵەکا رادان. شیتەڵکرن کردارەکا بەرۆڤاژیە بۆ لێکدانێ، و شیتەڵکرن سەرجەمێ چەند ڕادەیان دگۆهۆریت بۆ ئەنجامێ لێکدانێ.

دا تو بڕەکێ جەبری دوو رادەی یان زێدەتر شیتەڵبکەی. **مەزنترین (گەورەترین) کۆلکێ هاوبەش** (م.ك.ھ) بینەدەر ئەگەر هەبوو بۆ هەردوو ڕادان. وەکی ل ڤێ نموونێ دیاردبیت.

نمـــوونـــــه

① ڤان برێن دووجای شیتەڵبکە:

أ $3m^2-12m$

ب $3x(4x+5)-5(4x+5)$

شیکار

مەزنترین کۆلکێ هاوبەش بینەدەر

أ $3m^2-12m=3m\times(m)-3m\times(4)$

مەزنترین کۆلکێ هاوبەش دبیتە $3m$

$3m^2-12m=3m\times(m)-3m\times(4)$

$=3m(m-4)$

ب $3x(4x+5)-5(4x+5)$

مەزنترین کۆلکێ هاوبەش دبیتە $(4x+5)$

$3x(4x+5)-5(4x+5)$

$=(4x+5)(3x-5)$

هەوڵبدە ڤان هەردوو بڕان شیتەڵبکە $(2x-1)x+4(2x-1)$ ، $5x^2+15x$

شێوێ گشتی یێ بڕێ دووجای دبیتە ax^2+bx+c دەمێ $a\neq0$

یا دشیاندایە گەلەك بڕێن جەبری یێن دووجای شیتەڵبکەین.

تێبینیا شیتەڵکرنا ڤان بڕێن ل خوارێ بکە.

شیکارکرنا پرسیاران **ل دووڤ شێوازی بگەرە** بەرێ خۆ بدە شیتەڵکرنا ڤان بڕێن جەبری کو سەرجەمێ هەردوو رادێن نەگۆڕ ل هەردوو کۆلکان یەکسانە دگەل هاوکۆلکێ x ل بڕێ دووجای، و لێکدانا وان یەکسانە ب رادێ نەگۆڕ ل بڕێ دووجای.

$x^2+7x+10=(x+5)(x+2)$

$5+2=7$

$5\times2=10$

$x^2-7x+10=(x-5)(x-2)$

$(-5)+(-2)=-7$

$(-5)\times(-2)=10$

$x^2+3x-10=(x+5)(x-2)$

$5+(-2)=3$

$5\times(-2)=-10$

$x^2-3x-10=(x-5)(x+2)$

$(-5)+2=-3$

$(-5)\times(2)=-10$

ب لێکۆڵینا شێوازێن ل سەری رێسایەك بدەست دکەڤتیت بۆ شێتەڵکرنا بڕێ x^2+bx+c .

بۆ شیتەڵکرنا بڕێ x^2+bx+c ل دەمێ b ، c ژمارێن تەواوبن، ل دوو ژمارێن تەواو بگەرە وەکو r و s کو سەرجەمێ وان b بیت و لێکدانا وان c بیت، پاشی ئەڤێ بڕێ ب ڤی شێوازی شتەڵبکە.

$$x^2+bx+c=(x+r)(x+s)$$

ئەگەر c ژمارەکا مووجەب بیت، شیتەڵبکە بۆ ئەنجامێ لێکدانا دوو ژمارێن هەمان نیشان هەین، وەکی نیشانا ڕادێ دووێ. b: $(x+r)(x+s)$

$$x^2+(r+s)x+n\,s$$

$$x^2+bx+c$$

نموونه 2

شیکارکرنا پرسیاران

بڕی x^2+5x+6 شیتەڵبکە.

شیکار

بخەملینە و پاسادانبکە، دەست بنڤیسینا $(x\quad)(x\quad)$ بکە. ل دووڤ دوو کۆلکێن ژمارە 6 بگەڕە کو هەمان نیشان هەبن و سەرجەمێ وان 5 بیت.

$(x+1)(x+6)$	$(x+2)(x+3)$	$(x-1)(x-6)$	$(x-2)(x-3)$
$1\times x+6x$	$2x+3x$	$(-1)x+(-6)x$	$(-2)x+(-3)x$
$\stackrel{?}{=}$	$\stackrel{?}{=}$	$\stackrel{?}{=}$	$\stackrel{?}{=}$
$5x$	$5x$	$5x$	$5x$
یا شاشە	دروستە	یا شاشە	یا شاشە

$$x^2+5x+6=(x+2)(x+3)$$

تێبینی: ل دەمێ شیکارکرنا x^2-5x+6 ل سەری دبینین کو $x^2-5x+6=(x-2)(x-3)$

هەوڵبدە بڕی $x^2-10x-11$ شیتەڵبکە.

هەکە c ژمارەکا سالب بیت ل دووڤ دوو ژمارێن نیشانا وان جیاواز بگەڕە.

نموونه 3

شیکارکرنا پرسیاران

بڕی $\boldsymbol{x^2-7x-30}$ شیتەڵبکە.

شیکار

بخەملینە و پاسادانبکە، دەست ب نڤیسینا $(x\quad)(x\quad)$ بکە. ل دووڤ دوو هاوکۆلکێن ژمارە (-30) بگەڕە، کو سەرجەمێ وان ببیتە -7، ئاگەهداربە کو هەردوو هاوکۆلك نیشانێن وان دجیاواز بن.

$(x-1)(x+30)$	$(x+1)(x-30)$	$(x-2)(x+15)$
$(-1)x+30x$	$1x+(-30)x$	$(-2)x+15x$
$\stackrel{?}{=}$	$\stackrel{?}{=}$	$\stackrel{?}{=}$
$-7x$	$-7x$	$-7x$
یاشاشە	یاشاشە	یاشاشە
$(x+2)(x-15)$	$(x-3)+(x+10)$	$(x+3)(x-10)$
$2x+(-15)x$	$(-3)x+10x$	$3\times x+(-10)x$
$\stackrel{?}{=}$	$\stackrel{?}{=}$	$\stackrel{?}{=}$
$-7x$	$-7x$	$-7x$
یاشاشە	یاشاشە	دروستە

ڤێجا

$$x^2-7x-30=(x+3)(x-10)$$

هەوڵبدە بڕێ $3x^2+11x-20$ شیتەڵبکە.

نموونە 4

برِی $8x^2+2x-15$ شیتەڵبکە.

شیکار

$$8x^2+2x-15=(2x+3)\ (4x-5)$$

$+12x$

$-10x$

$-10x+12x=2x$ رادێ دووجای شیتەڵبکە بۆ دوو کۆلکێن $\left(8x^2=(2x)\times(4x)\right)$، و رِادێ نەگۆر بۆ کۆلکێن $\left(-15=(3)(-5)\right)$ و پاسادانبکە رادێ نیڤەکێ [رادێ هیلی].

نموونە 5

ڤان برِان شیتەڵبکە

ل هەر شیتەڵکرنەکێ پێنگاڤا ئێکێ مەزنترین کۆلکێ هاوبەش بینەدەر هەکە هەبیت.

أ $6x^2-5x-1$

ب $3x^2+11x-20$

ج $3x^2-11x-20$

د $8x+6x^2-30$

شیکار

أ $6x^2-5x-1=(6x+1)(x-1)$

ب $3x^2+11x-20=(3x-4)(x+5)$

ج $3x^2-11x-20=(3x+4)\ (x-5)$

د
$$\begin{aligned}8x+6x^2-30&=6x^2+8x-30\\&=2(3x^2+4x-15)\\&=2(3x-5)(x+3)\end{aligned}$$

هەوڵبدە

برِی $3x^2+9x-30$ شیتەڵبکە.

- ئاگەهداربە ل ئەنجامێ لێکدانا هەردوو برِان $x+3$ ، $x-3$

جیاوازیا دوو دووجاییانە

$$(x+3)(x-3)=x^2+3x-3x-9=x^2-9=x^2-3^2$$

شیتەڵکرنا جیاوازیا دوو دووجاییان

$$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$$

بۆ نموونە: $x^2-16=\left(x-4\right)\left(x+4\right)$

ئاگەهداربە ل ئەنجامێ دووجاکرنا $x+3$ و ئەنجامێ دووجاکرنا $(x-3)$

$$\begin{aligned}(x+3)^2&=(x+3)(x+3)\\&=x^2+3x+3x+9\\&=x^2+6x+9\\&=x^2+2\times3\times x+3^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(x-3)^2&=(x-3)(x-3)\\&=x^2-3x-3x+9\\&=x^2-6x+9\\&=x^2-2\times3\times x+3^2\end{aligned}$$

دووجای تەواو

شیتەڵکرنادووجایا تەواو

$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ $\qquad$ $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

بەرێ خۆ بدێ $x^2+6x+9=(x+3)^2$ و $x^2-6x+9=(x-3)^2 2^{-}$

نموونە 6

ڤان بڕان شیتەلبکە

أ x^4-16 $\qquad$ ب $4x^2-24x+36$

شیکار

أ
$$x^4-16=(x^2+4)(x^2-4)$$
$$=(x^2+4)(x+2)(x-2)$$

ب
$$4x^2-24x+36=4(x^2-6x+9)$$
$$=4\left[x^2-2\times3\times x+3^2\right]$$
$$=4(x-3)^2$$

هەوڵبدە ڤان بڕان شیتەڵبکە $9x^2-49$ و $3x^2-6x+3$.

شیکارکرنا هاوکێشەیێن دووجایی ب شیتەڵکرنێ

هندەك جاران ئەم دشێین شیتەڵکرنێ بکاربینین بۆ شیکارکرنا هاوکێشێ

سیفەتێ لێکدانا سفرێ

هەکە $p\times q=0$ دێ $p=0$ یان $q=0$

شێوەیێ گشتی بۆ هاوکێشا دووجایی ب ئەڤی جۆری دهێتە نڤیسین $ax^2+bx+c=0$ هەکە تو بشێی ax^2+bx+c شیتەڵبکەی، دێ شێی هاوکێشێ شیکاربکەی بجهئینانا سیفەتێ سفرێ. چەوا لێکدانا سفرێ بجهدئینی؟

بڕێ شیتەڵبکە و ئەنجامێ لێکدانا وان کۆلکان یەکسانبکە ب 0 .

نموونە 7

هاوکێشەیا $x^2+6x=-5$ شیکاربکە.

شیکار

ل دەستپێکێ هاوکێشێ لسەر شێوەیێ گشتی بنڤیسە$x^2+6x+5=0$ بڕێ x^2+6x+5 شیتەڵبکە $x^2+6x+5=(x+5)(x+1)$ پاشی $(x+5)(x+1)=0$ بنڤیسە (یەکسان بکە ب سفرێ).

چەوا هەردوو رەگێن هاوکێشا $(x+5)(x+1)=0$ دیاردکەی؟

بکارئینانا سیفەتێ سفرێ، هاوکێشا دوماهیکێ ڤان هەردوو هاوکێشان ددەت $(x+5)=0$ یان $(x+1)=0$ یان $x=-5$ یان $x=-1$ ئانکو -5 و -1 دوو رەگێن هاوکێشێنە.

نموونە 8 **سیفەتێ لێکدانا سفرێ بکاربینە بۆ شیکارکرنا ڤان هاوکێشەیان**

أ $2x^2-11x=0$

ب $x^2-14x+45=0$

شیکار

أ
$$2x^2-11x=0$$
$$x(2x-11)=0$$
$x=0$ یان $2x-11=0$

$x=0$ $\quad x=\frac{11}{2}$

ب
$$x^2-14x+45=0$$
$$(x-5)(x-9)=0$$
$x-5=0$ یان $x-9=0$

$x=5$ $\quad x=9$

هەوڵبدە سیفەتێ لێکدانا سفرێ بکاربینە بۆ شیکارکرنا ڤان هاوکێشان

أ $3x^2+12x=0$

ب $x^2+4x-21=0$

هزرکرنەکا رەخنەگر بسەلمینە کو هاوکێشا $ax^2+bx=0$ دەمێ $a\neq 0$ دوو رەگ هەنە 0 و $-\frac{b}{a}$

نموونە 9 **هەکە ئەم بزڤرینە نموونا حەودێ کو ل دەستپێکا وانێ بەحسێ وێ هاتیەکرن، ژمارا ئاستێن حەودێ چەندە؟ هەکە ژمارا شەشپالووان 66 بیت؟**

شیکار

هاوکێشە $2n^2-n=66$ شیکاربکە ب شیتەڵکرنێ.

هاوکێشێ ب شێوێ گشتی بنڤیسە

$$2n^2-n-66=0$$

برەی $2n^2-n-66=0$ شیتەڵبکە.

$$(2n+11)(n-6)=0$$

سیفەتێ لێکدانا سفرێ بکاربینە

$2n+11=0$ یان $n-6=0$

$n=-5.5$ دهێتە لادان (یاخکرن) چونکی نابیت ژمارا ئاستان ژمارەکا سالب بیت، ڤێجا $n=6$ یا دروستە.

راهێنان

بەردەوامبوون دبیر کیارییێدا

1 چەوا m و n دئیننەدەر هەکە $x^2+34x+285=(x+m)(x+n)$ ؟

2 چی دزانی دەربارەی شیتەڵکرنا برێ دووجای x^2+bx+c ل دەمێ c یێ مووجەب بیت؟ دەمێ c یێ سالب بیت؟ نیشانا b چی زانیارییێ دیاردکەت ل هەر بارەکێ (حالەتەکێ) ژ وان؟

3 چی دشیاندایە بێژی دەربارەی b و c هەکە ئەنجامێ لێکدانا وان سفر بیت $(bc=0)$ ؟

راهێنانێن ئاراستەکری

ڤان برێن دووجای شیتەڵبکە.

4 $2x^2-8x$

5 $2x^2-6x$

6 $5x^2-15x$

7 $4x(x+3)-7(x+3)$

8 $3(4b+7)-2b(4b+7)$

9 $8d(9d-5)+3(9d-5)$

10 x^2+5x+6

11 x^2+8x+7

12 x^2-5x+4

13 $x^2-4x-12$

14 $x^2-9x-36$

15 $x^2+10x-24$

16 $2x^2+9x+10$

17 $3x^2+5x+2$

18 $5x^2+13x-6$

19 $8x^2+24x-14x-42$

20 $12x^2+21x-8x-14$

21 $72x^2-56x-36x+28$

22 x^2-81

23 $2x^2-8$

24 $16x^2-25$

25 $x^2+8x+16$

سیفەتێ لێكدانا سفرێ بكاربینە بۆ شیكاركرنا ڤان هاوكێشان.

26 $x^2+7x=0$

27 $x^2+6x+9=0$

28 $x^2+3x-10=0$

29 ئەندازە: ئازادی هندەك خاڵ ب 63 پارچە ڕاستەهێلان دگەل ئێكدوو گەهاندن، ژمارا خاڵان چەندە؟ هەكە بزانی گەهاندنا n خاڵان پێدڤی ب $\frac{n(n-1)}{2}$ پارچە راستەهێلان هەیە؟

راهێنان و بجهئینان

ڤان بڕان شیتەڵبكە:

30 $3x+6$

31 $3x^2+18$

32 $10n-n^2$

33 $x-4x^2$

34 $6x-2x^2$

35 $3x^2-15x$

36 $5x(x-2)-3(x-2)$

37 $(x+3)(2x)+(x+3)7$

ڤان بڕان شیتەلبكە:

38 $x^2-16x+15$

39 $x^2+8x+16$

40 $x^2-26x+48$

41 $x^2+4x-32$

42 $x^2+7x-30$

43 $x^2-10x-24$

44 $-22x-48+x^2$

45 $2x-x^2-24$

46 $x^2-56-10x$

47 $56+10x-x^2$

48 $30+x-x^2$

49 $24+10x-x^2$

50 $3x^2+10x+3$

51 $2x^2+5x+2$

52 $2x^2+3x+1$

53 $3x^2+7x+2$

54 $12x^2-3x-9$

55 $3x^2-5x-2$

سیفەتێ لێکدانا سفرێ بکاربینە بۆ شیکارکرنا ڤان هاوکێشان

56 $15x^2=7x+2$ **57** $3x^2-5x=2$

58 $4x-4=-15x^2$ **59** $3x^2+3=10x$

60 $2x^2-15=-7x$ **61** $6x^2-17x=-12$

62 $x^2-36=0$ **63** $t^2-9=0$

64 $x^4-81=0$ **65** $x^4-1=0$

66 $4x^2-9=0$ **67** $25x^2-16=0$

68 $x^2-2x+1=0$ **69** $x^2+4x+4=0$

70 $9x^2=-6x-1$ **71** $4x^2+1=4x$

72 $-4+20x-25x^2=0$ **73** $40x+25=-16x^2$

74 $64+16x+x^2=0$ **75** $9-6x+x^2=0$

شیتەڵکرنێ و سیفەتێ لێکدانا سفرێ بکاربینە بۆ شیکارنا ڤان هاوکێشان

76 $x^2-7x+10=0$ **77** $t^2-2t-15=0$

78 $4x^2+4x-24=0$ **79** $6x^2+3x-9=0$

80 $t^2+7t-60=0$ **81** $x^2-15x+56=0$

82 $x^2+8x+12=0$ **83** $x^2-3x-40=0$

84 $6x^2+20x-16=0$ **85** $4x^2-8x+3=0$

ڤان بڕان شیتەڵبکە.

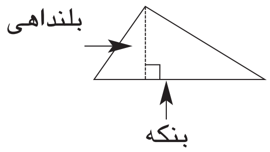
برهنگاری

86 $(a+b)^4-(a-b)^4$ **87** $x^{2n}-1$ **88** $x^{2n}-2x^n+1$

گرێدان

ئەندازە: رێسایا هەژمارتنا رووبەرێ سێگۆشێ دبیتە $A=\frac{1}{2}bh$. کو (A) رووبەرە، b دێرژیا بنکێ وێیە، h بلنداهیا وێیە، ڤان پێزانینان بکاربینە بۆ شیکارکرنا راهێنانێن 89 و 90 .

89 بلنداهیا سێگۆشێ بینەدەر هەکە رووبەرێ وێ $42\ \text{cm}^2$ بیت وبنکێ وێ ب $5\ \text{cm}$ زێدەتر بیت ژ بلنداهیا وێ.



90 درێژیا بنکێ سێگۆشێ بهەژمێرە هەکە رووبەرێ وێ $12\ \text{cm}^2$ بت و بلنداهیا وێ ب $5\ \text{cm}$ کێمتر بیت ژ درێژیا بنکێ وێ.

لێنێرینەك بۆ پاش

ڤان لاسەنگەیان شیکاربکە و کۆمەلا شیکارێ لسەر هێلا ژماران بنوێنە.

91 $2x-4>12+5x$ **92** $2x-\frac{3}{4}\geq 7$

93 $3(3x+7)-12 \leq 8-(\frac{1}{2}x+9)$

94 $-2(\frac{2}{3}x+5)-13<0$

لێکبدە.

95 $(3x+4)(-x-5)$

96 $(-2x+9)(-4x+7)$

97 $(\frac{1}{3}x+\frac{1}{4})(-5x-2)$

لێنێرینەك بۆ پێش

هەکە چێبیت ڤان بڕێن دووجای شیتەڵبکە.

98 $(x+2)^2-4$

99 $(x+9)^2+36$

100 $(x-1)^2-16$

وانە
3

شیکارکرنا هاوکێشەیا دووجای ب یاسایێ

Solving Quadratic Equation By Formula

ئارمانج

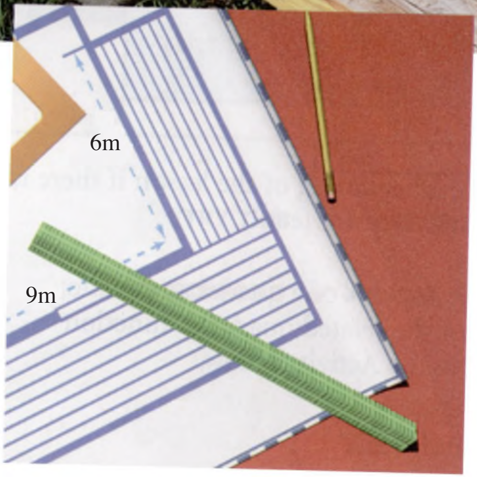
- چەوا یاسایێ بکاردئینین بۆ دەرئینانا رەگێن راستێ یێن هاوکێشەیەکا دووجای.

بجهئینان

بیناسازی

بۆچی

ئەم دشێین بکارئینانا یاسایێ گەلەك هاوکێشەیێن دووجای ئەوێن پەیوەندی ب ژیانا رۆژانە هەین شیکاربکەین وەکی هەژمارتنا دووریێن رێرەوێ ئاڤاهیەکی.



نزاری بڕیاردا رێڕەوەکێ (ممر) نەگۆڕ لسەر درێژیا دوو لایێن مالا خۆ دروستبکەت. نزاری کەرەستە هەنە بۆ دروستکرنا رێڕەوەکی ڕووبەرێ وی 54m^2 بیت. ئەرێ دڤێت پانیا ئەڤی رێڕە وێ چەندبیت؟ تو دکاری یاسایا هاوکێشەیا دووجای بکاربینی بۆ شیکارکرنا ڤێ پرسیارێ.

زانایێن بیرکاریێ یاسایەك دانان بۆ شیکارکرنا هاوکێشەیا دووجای لسەر شێوەیێ گشتی $ax^2+bx+c=0$ ئەڤ یاسایا بڕەکێ گرنگ بکاردئینیت ناڤێ وی جۆداکەرە (جیاکەرەوە).

جوداکەر

بڕێ $\Delta=b^2-4ac$ دبێژنێ جوداکەرێ هاوکێشا دووجایی $ax^2+bx+c=0$ دەمێ $a\neq 0$.

شیکارکرنا هاوکێشەیا دووجای ب یاسایێ

جوداکەر	ژمارا رەگان د کۆمەلا ژمارەیێن راستیدا
$\Delta > 0$	هاوکێشێ دوو رەگێن راستی و جیاواز هەنە و دبنە: $x_2 = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ و $x_1 = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
$\Delta = 0$	هاوکێشێ دوو رەگێن یەکسان هەنە $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$
$\Delta < 0$	هاوکێشێ رەگ نینن دکۆمەلا ژمارێن راستیدا

نموونە ① **یاسایێ بکاربینە بۆ شیکارکرنا هاوکێشەیا $x^2 + 5x - 14 = 0$**

شیکار

هەکە $x^2 + 5x - 14 = 0$ بەراوردبکەی دگەل شێوێ گشتی یێ هاوکێشەیا دووجای $ax^2 + bx + c = 0$ دێ بینی $a = 1$ و $b = 5$ و $c = -14$.

هاوکێشێ ب ڤی شێوەی شیکاربکە:

1. جوداکەری بهەژمێرە ب لجهدانانا بهایێ هەر هاوکۆلکەکی، $\Delta = b^2 - 4ac$.

$$\Delta = 5^2 - 4 \times 1 \times (-14) = 25 + 56 = 81$$

2. چونکی جوداکەر یێ مووجەبە، هاوکێشێ دوو رەگێن راستی و جیاواز هەنە دبنە:

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \quad ، \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-5+\sqrt{81}}{2} \quad ، \quad = \frac{-5-\sqrt{81}}{2}$$

$$= 2 \quad ، \quad = -7$$

هەوڵبدە یاسایێ بکاربینە بۆ شیکارکرنا هاوکێشا $x^2 - 7x + 6 = 0$

خالا چاڤدێریێ: ✓ هاوکێشا $x^2 + 5x - 14 = 0$ ب شیتەلکرنێ شیکاربکە بۆ ساخکرنا بەرسڤا نموونە **1**.

نموونە ② **یاسایێ بکاربینە بۆ شیکارکرنا هاوکێشا $4x^2 = 8 - 3x$ ، هەردوو رەگێن وێ ب تمامی بنڤیسە پاشی نێزیکبکە بۆ نێزکترین دەهیێك..**

شیکار

هاوکێشا $4x^2 = 8 - 3x$ ب شێوێ گشتی بنڤیسە، دێ $4x^2 + 3x - 8 = 0$ ب دەست تەکەڤیت.

هاوکۆلکێن وێ دبنە: $a = 4$ و $b = 3$ و $c = -8$.

جوداکەری بهەژمێرە ب لجهدانانیێ، $\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \times 4(-8) = 9 + 128 = 137$

هاوکێشێ دوو رەگێن جیاواز هەنە چونکی جوداکەر یێ مووجەبە و ئەڤ هەر دوو رەگە دبنە:

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \quad ، \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-3+\sqrt{137}}{8} \quad ، \quad = \frac{-3-\sqrt{137}}{8}$$

$$\approx 1.1 \quad ، \quad \approx -1.8$$

هەوڵبدە یاسایێ بکاربینە بۆ شیکارکرنا هاوکێشا $2x^2 - 6x = -3$ هەردوو رەگان ب تمامی بینەدەر، پاشی نیزیکبکە بۆ نێزیکترین دەهێك.

نموونە 3

یاسایێ بکاربینە بۆ شیکارکرنا هاوکێشا $x^2 - 3x + 6 = 0$.

شیکار

هاوکۆلکە دبنە: $a = 1$ و $b = -3$ و $c = 6$.

جوداکەری ب لجهدانانێ ب هەژمێرە: $\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 6 = 9 - 24 = -15$

هاوکێشێ شیکار نینە دکۆمەڵا ژمارێن راستیدا چونکی جوداکەر یێ سالبە.

هەوڵبدە ڤێ هاوکێشێ شیکاربکە $4x + 2 = -3x^2$

نموونە 4

ڤێ هاوکێشێ شیکاربکە $3x^2 + 12 = 12x$

شیکار

هاوکێشەیا دووجای لسەر شێوێ گشتی بنڤیسە: $3x^2 - 12x + 12 = 0$

جوداکەری بهەژمێرە ب لجهدانانێ: $\Delta = (-12)^2 - 4 \times 3 \times 12 = 144 - 144 = 0$

هاوکێشێ دوو رەگێن یەکسان هەنە، چونکی $\Delta = 0$

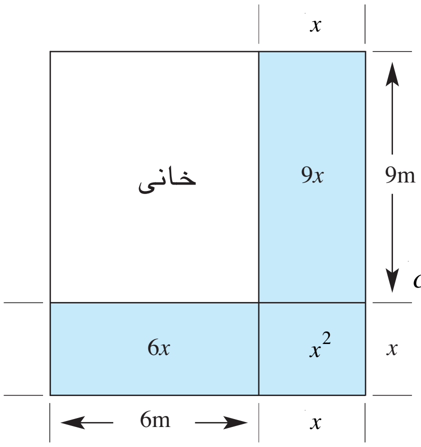
$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a} = \frac{12}{6} = 2$$

هەوڵبدە ڤێ هاوکێشێ شیکاربکە $x^2 - 14x = 49$

نموونە 5

جێبەجێکردن

هەکە ئەم ڤەگەڕێینە دەستپێکا وانیێ.پانیا ڕێڕەوێ دیاربکە هەکە نزاری کەرەستێن پێدڤی هەبن بۆ چێکرنا 54 مەتربن دووجا.



شیکار

ئەو بڕێ ڕووبەری دنوێنیت دبیتە

$A(x) = x^2 + 9x + 6x = x^2 + 15x$ داخوازێ دبتە شیکارکرنا

هاوکێشا $x^2 + 15x = 54$. هاوکێشێ لسەر شێوێ گشتی

بنڤیسە و هاوکۆلکێن وێ دیاربکە $a = 1$ و $b = 15$ و $c = -54$

جوداکەرێ ڤێ هاوکێشێ بهەژمێرە.

$$\Delta = b^2 - 4ac = 225 - 4 \times 1 \times (-54) = 441$$

هاوکێشێ دوو ڕەگێن جیاواز هەنە چونکی جوداکەری مووجەبە، ودبنە:

$$x_1 = \frac{-15+\sqrt{441}}{2} = 3 \qquad x_2 = \frac{-15-\sqrt{441}}{2} = -18$$

بەرسڤ 3 یە چونکی 18– نەیا ڕەوایە. پانیا ڕێڕەوێ نابیت ژمارەکا سالب بیت.

ڕاهێنـــــــــان

بەردەوامبوون د بیرکارییێدا

1 ڕوونبکە چەوا یاسایا هاوکێشەیا دووجای بکاردئینی بۆ شیکارکرنا هاوکێشا $x^2 + 2x - 3 = 0$.

ڕاهێنانێن ئاراستەکری

یاسایێ بکاربینە بۆ دیارکرنا هەردوو ڕەگێن هاوکێشێ:

2 $x^2 - 5x + 4 = 0$

3 $2x^2 - 5x = 3$

ڕاهێنان و بجهئینان

یاسایێ بکاربینە بۆ شیکارکرنا هاوکێشەیا دووجای. شیکارێن تمام بنڤیسە. بێی نێزیکرن:

4 $x^2 + 7x + 9 = 0$

5 $x^2 + 6x = 0$

6 $(x+1)(x-2) = 5$

7 $(x-4)(x+5) = 7$

8 $t^2 - 9t + 5 = 0$

9 $x^2 - 3x - 1 = 0$

10 $x^2 + 9x - 2 = -16$

11 $x^2 - 5x - 6 = 18$

12 $5x^2 + 16x - 6 = 3$

13 $4x^2 = -8x - 3$

14 $3x^2-3=-5x-1$

15 $x^2+3x=2-2x$

16 $x^2+6x+5=0$

17 $x^2+10x=5$

18 $-2x^2+4x=-2$

19 $5x^2-2x-3=0$

20 $-6x^2+3x+19=0$

21 $-x^2-3x+1=0$

لێنێرینەك بۆ پاش

ئەنجامێ لێكدانا دوو ژماران دبیتە ٩٠. ئێك ژ وان هەردوو ژماران زێدەترە ب(٣)ێ ژ دووجارانی یی دووێ. هاوكێشەكێ بنڤیسە بۆ نواندنا ڤی كەتواری، پاشی شیكاربكە بكارئینانا سیفەتێ لێكدانا سفرێ. شیتەڵكرنێ و سیفەتێ لێكدانا سفرێ بكاربینە بۆ شیكاركرنا هەر هاوكێشەكێ.

22 $x^2-9x=0$

23 $4x^2=64$

24 $4x^2-4x+1=0^{25}$

25 $x^2-3x+10=0$

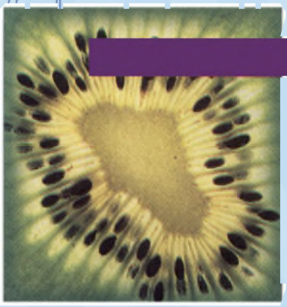
لێنێرینەك بۆ پێش

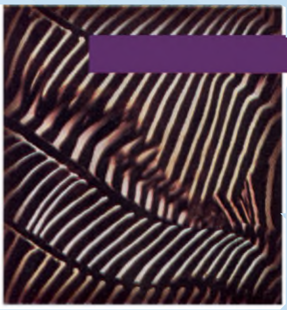
26 ئەرێ تو دكاری شیكارەكێ دكۆمەڵا ژمارێن راستیدا دیاربكەی بۆ هاوكێشەیا $2x^2+5x+6=0$ ؟ روونبكە بكارئینانا یاسایا شیكاركرنا هاوكێشەیا دووجای.

بەشێ 2

هێز و رەگ

Powers and Radicals





مرۆڤان ژ مێژدا هێز و رەگ دناسین. ل دەستپێکێ بتنێ هێزا ژمارا تەواو ب توانەکا تەواوا مووجەب دناسین ب هۆیێ لێکدانێ. و رەگێن بکارئینایین بتنێ رەگێ دووجای بوو و پاشی رەگێ سێجای.

مرۆڤ تووشی ئاستەنگێن مەزن دبوون دەمێ لێکدانا هێزان و رەگان ئەنجامددان، دگەل پێشکەفتنا گەشتیاریێ و گەر دوونناسیێ، پێدڤیاتی بجهئینانا کردارێن هەژمارتنێ یێن ئالۆزکو هێز تێدا زێدەتر بوو.

زانایێن بیرکاریێ ل ماوەیەکی درێژ کارکرن لسەر گوهۆڕینا کردارێن لێکدانێ بۆ کردارێن کۆمکرنێ یێن بلەز، و ل ئەوی کاری بسەرکەفتن بکارئینانا چەمکێ لۆگاریتم.

وانە

1. هێز
2. رەگ
3. لۆگارتم

وانە 1

هێز Powers

بۆچی

زانایێن گەردوونناسیێ هێزان بکاردئینن بۆ دەربڕینا دووریێن مەزن، وەکی دووریێ ل ناڤبەرا ئەردێ وستیرا باز [سدیم النسر]. (نموونە 5)

ئارمانج

- ب سادەترین شێوە ئەو بڕێن هێز تێدا ئەم د نڤیسین.
- شێوێ زانستی یێ ژماران بکاردئینین.

هێز ئەو بڕەنە لسەر شێوێ a^n دهێنە نڤیسین، دەمێ a ژمارەکا راستی بیت ژ بلی سفرێ، و دبێژنێ بنجینەیێ هێزێ، و n ژمارەکا تەواوە دبێژنێ توانا هێزێ.

هەکە n ژمارەکا تەواوا مووجەب بیت، a^n رامانا وێ ئەوە کو a دگەل خویا لێکداییە n جاران.

توان

بنچینە

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ جاران}}$$

شێوێ توانەیی	بنچینە	شێوێ درێژ
$-2x^3$	x	$-2(x \times x \times x)$
$-(2x)^3$	$2x$	$-(2x)(2x)(2x)$
$(-2x)^3$	$-2x$	$(-2x)(-2x)(-2x)$

نموونە 1 ڤان بڕان لسەر شیوێ درێژ بینڤیسە

شیکار

$\boxed{\text{أ}}$ $(4y)^3$

$(4y)^3$

$(4y)(4y)(4y)$

$4y$ بنچینەیە و توان 3 یە

$4y$ دگەل خۆ یا لێکداییە 3 جاران.

ب $-a^3$

$-a^2$ — بنچینە a وتوان 3 یە

$-(a \times a \times a)$ — a دگەل خۆ یا لێکداییە 3 جاران

ج $2y^2(x-3)^3$

$2y^2(x-3)^3$ — ڤێ برێ دوو بنچینە هەنە: y و $x-3$، y دگەل خۆ یا لێکداییە (٢) جاران، $x-3$ دگەل خۆ یا لێکداییە (٣) جاران

$2(y)(y)(x-3)(x-3)(x-3)$

هەوڵبدە ڤان براں لسەر شێوێ درێژ بنڤیسە

أ $(2a)^5$ **ب** $3b^4$ **ج** $-(2x-1)3y^2$

ئەو هێزێن توانا وان سفر یان ژمارەکا تەواوا سالب

هەر b ، a چ ژمارێن راستی بن ژ بلی سفرێ، n ژمارەکا تەواوا مووجەب بیت.

ب پەیڤان	ب ژماران	ل جەبرێ
سیفەتێ توانا سفرێ: ژمارەکا راستی ژ بلی 0 ب توانا 0 د بیتە 1 .	$100^0 = 1$	$a^0 = 1$
سیفەتێ توانا سالب: هێزا ژمارەکا راستی ژ بلی 0 ب توانا سالب دبیتە هێزا وەرگێرایێ وێ ژمارێ ب توانەکا یەکسان ب دژێ توانا بنچینەی.	$7^{-2} = \left(\frac{1}{7}\right)^2 = \frac{1}{7^2}$ $\left(\frac{3}{2}\right)^{-4} = \left(\frac{2}{3}\right)^4$	$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1}{a^n}$ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

نموونە 2

ڤان بڕان ب سادەترین شێوە بنڤیسە

أ 2^{-3}

ب $-\left(\frac{3}{4}\right)^{-4}$

$\frac{1}{2^{3}}$ وەرگێڕایێ ژمارە 2 دبیتە $\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2\times2\times2}=\frac{1}{8}$

$-\left(\frac{4}{3}\right)^{4}$ وەرگێڕایێ ژمارە $\frac{3}{4}$ دبیتە $\frac{4}{3}$

$-\frac{4}{3}\times\frac{4}{3}\times\frac{4}{3}\times\frac{4}{3}=-\frac{256}{81}=-3\frac{13}{81}$

هەوڵبدە ڤان بڕان ب سادەترین شێوە بنڤیسە

أ $\left(\frac{1}{3}\right)^{-4}$

ب $(-5)^{-5}$

تو دشێی سیفەتێن هێزان بکاربینی بۆ نڤیسینا وان بڕێن هێز تێدا لسەر سادەترین شێوە.

سیفەتێن هێز

بلا a و b دوو ژمارێن راستی بن ژ بلی سفرێ 0 ، m و n دوو ژمارێن تەواو بن.

ب پەیڤان	ب ژماران	ب جەبریێ
سیفەتێ لێکدانا هێزان: بۆ لێکدانا دوو هێزان هەمان بنچینە هەبن هەردوو توانێن وان کۆمبکە.	$4^{3}\times4^{2}=4^{3+2}=4^{5}$	$a^{m}\times a^{n}=a^{m+n}$
سیفەتێ دابەشکرنا هێزان: دا هێزەکێ دابەشبکەی لسەر هێزەکا دی هەمان بنچینە هە بن، توانا یا دووێ ژ توانا یا ئێکێ دەربکە.	$\frac{3^{7}}{3^{2}}=3^{7-2}=3^{5}$	$\frac{a^{m}}{a^{n}}=a^{m-n}$
سیفەتێ هێزا هێزێ: دا هێزەکا توانا وێ m (بلند بکەی) بۆ توانا n ، هەردوو توانان لێکبدە.	$\left(4^{3}\right)^{2}=4^{3\times2}=4^{6}$	$\left(a^{m}\right)^{n}=a^{mn}$
سیفەتێ هێزا ئەنجامێ لێکدانێ: دا ئەنجامێ لێکدانا دوو ژمارێن بلندکری بۆ توانەکا دیارکری بینیەدەرێ هەر ئێکێ ژ وان هەردوو ژماران بلند بکە بۆ وێ توانێ. پاشی هەردوو هێزێن ئەنجامدای لێکبدە.	$(4\times3)^{2}=4^{2}\times3^{2}$	$(a\times b)^{n}=a^{n}\times b^{n}$
سیفەتێ هێزا ئەنجامێ دابەشکرنێ: دا ئەنجامێ دابەشکرنا دوو ژمارێن بلندکری بۆ توانەکا دیارکری بینیەدەرێ هەر ئێکێ ژ وان هەردوو ژماران بلندبکە بۆ وێ توانێ، پاشی هەردوو هێزان دابەشبکە.	$\left(\frac{3}{5}\right)^{2}=\frac{3^{2}}{5^{2}}$	$\left(\frac{a}{b}\right)^{n}=\frac{a^{n}}{b^{n}}$

بڕەکێ جەبری دێ لسەر سادەترین شێوە بیت، دەمێ هێزا توانا وێ سالب و هێمایێن خڕڤەکرنێ و رادێن لێکچووی تێدا نەبن.

نموونە 3

هەر برەکێ ب سادەترین شێوە بنڤیسە، وەسا دانە کو هەموو گۆڕاو جیاوازن ژ سفرێ.

أ $2x^3(-5x)$

$2(-5)x^3x^1$

$-10x^{3+1}$ سیفەتێ لێکدانا هێزان

$-10x^4$

ب $\left(\frac{ab^4}{b^7}\right)^2$

$(ab^{4-7})^2=(ab^{-3})^2$ سیفەتێ دابەشکرنا هێزان

$=a^2\left(b^{-3}\right)^2$ سیفەتێ هێزا ئەنجامێ لێکدانێ

$=a^2b^{(-3)\times 2}$ سیفەتێ هێزا هێزێ

$a^2b^{-6}=\frac{a^2}{b^6}$ سیفەتێ توانا سالب

هەوڵبدە

هەر برەکێ ب سادەترین شێوە بنڤیسە، وەسا دانە هەموو گۆڕاو جیاوازن ژ سفرێ.

أ $\left(5x^6\right)^3$

ب $\left(-2x^3y\right)^{-3}$

شێوێ زانستی بۆ ژمارەکێ، ئانکو نڤیسینا ژمارەکیە بکارئینانا هێزێن ژمارە 10 وەکی ڤی شێوەیی $m\times 10^n$ دەمێ m ژمارەکا راستی بیت پاسادانا مەرجێ $1\le m<10$ بکەت و n ژمارەکا تەواو بیت.

شێوێ زانستی	ڤەگۆهاستنا فا ڕێزا دەهی	شێوێ ژمارەی
1.275×10^7	فاریزێ 7 خانان بۆ لایێ راستێ ڤەگوهێزە	12 750 000
3.5×10^{-7}	فاریزێ 7 خانا بۆ لایێ راستێ ڤەگوهێزە	0.00000035

تو دکاری یاسایێن هێزان بکاربینی بۆ کردارێ هەژمارتنێ لسەر وان ژمارێن ب شێوێ زانستی هاتینە نڤیسین.

نموونە 4

هەر برەکێ ب سادەترین شێوە بنڤیسە، بەرسڤان لسەر شێوێ زانستی بنڤیسە.

شیکار

أ $\frac{9.1\times 10^{-3}}{1.3\times 10^8}$

$\left(\frac{9.1}{1.3}\right)\times\left(\frac{10^{-3}}{10^8}\right)$

7.0×10^{-11} 9.1 لسەر 1.3 دابەشبکە و توانێن وان لێکدەربکە $-3-8=-11$

ب $\left(3.5\times10^{8}\right)\left(5.2\times10^{5}\right)$

$$(5.2)(3.5)\times\left(10^{8}\right)\left(10^{5}\right)$$

$$18.2\times10^{13}$$

$$1.82\times10^{14}$$

(5.3) لێکبدە دگەل (5.2) هەردوو توانان کۆمبکە $8+5=13$
چونکی $18.2 > 10$ فاریزێ بۆ لایێ راستێ ڤەگوهێزە و(1) ێ زێدە بکە بۆ توانێ.

هەوڵبدە هەر برەکێ ب سادەترین شێوە بنڤیسە، بەرسڤان لسەر شێوێ زانستی بنڤیسە.

أ $\dfrac{2.325\times10^{6}}{9.3\times10^{9}}$

ب $\left(4\times10^{-6}\right)\left(3.1\times10^{-4}\right)$

نموونە 5

بجهئینان لسەر شیکارکرنا پرسیاران.

تیریژێ رۆژێ بلەزا 3×10^{5} km/*sec* ب نێزیکی دبڕت، چەند دەم بۆ تیریژێ رۆژێ دڤێت دا دووریا ل ناڤبەرا رۆژ و مشتەری ببڕت.

1. تێبگەهە ل پرسیارێ.

داخوازی دبیتە هەژمارتنا دەمێ پێدڤی کو تیرێژ ژ رۆژێ دەردکەڤت هەتا بگەهیتە مشتەری.

خشتەیەکی بۆ زانیاریێن گرنگ دروستبکە.

- لەزا تیرێژێ ل بۆ شایێ دبیتە 3×10^{5} km/*sec* .
- دووری لناڤبەرا رۆژ و مشتەری دبیتە 7.8×10^{11} m .

دووری لناڤبەرا رۆژ و هەساران ب مەتران	
هەسار	دووری
عەتارد	5.8×10^{10}
ڤینۆس	1.1×10^{11}
عەرد	1.5×10^{11}
مەریخ	2.3×10^{11}
موشتەری	7.8×10^{11}
زوحەل	1.4×10^{12}
ئۆرانۆس	2.9×10^{12}
نیبتۆن	4.5×10^{12}
بلۆتۆ	5.9×10^{12}

2. پلانێ دانە بۆ شیکارکرنا پرسیارێ

ئەو پەیوەندیا لەزێ و دووریێ ودەمی پێکڤە گرێددەت بکاربینە.

لەز= $\dfrac{\text{دووری}}{\text{دەم}}$ ، ئانکو دەم= $\dfrac{\text{دووری}}{\text{لەز}}$

3. دەستپێبکە ب گوهۆڕینا لەزا تیریژێ ژ $\dfrac{\text{کیلۆمەتر}}{\text{چرکە}}$ بۆ $\dfrac{\text{مەتر}}{\text{خولەك}}$ ل شیکارکرنا پرسیارێ.

$$3\times10^{5}\frac{\cancel{km}}{\cancel{sec}}\left(\frac{10^{3}\,m}{1\cancel{km}}\right)\left(\frac{60\cancel{sec}}{1min}\right)$$

10^{3} m $=1000$ m بۆ هەر کیلومەترەکێ

$$(3\times60)\times\left(10^{5}\times10^{3}\right)\frac{m}{min}$$

$$180\times10^{8}\ m/min=1.8\times10^{10}\ m/min$$

ڤێجا لەزا تیرێژێ دبیتە 1.8×10^{10} مەتر دخولەکەکێدا.

نهۆکا پەیوەندیا ل ناڤبەرا لەزێ و دووریێ و دەمی بکاربینە بۆ هەژمارتنا ژمارا وان خۆلەکێن پێدڤی کو تیرێژ ژ ڕۆژێ بگەهتە مشتەری.

$$\text{کات} = \frac{\text{دووری}}{\text{خێرایی}} = \frac{7.8\times10^{11}}{1.8\times10^{10}} \approx 43.33$$

4. **پا سەدانبکە** تیرێژێ ڕۆژی پێدڤی ب43.33 خۆلەکان هەیە ب نێزیکی دا دووریا ناڤبەرا ڕۆژ و مشتەری ببڕت. چونکی تیرێژ ب لەزا $3\times10^{5}\,\text{km/s}$ دچیت و پێدڤی ب $43.33\times60\approx2600$ چرکە ب نێزیکی هەیە بۆ بڕینا دووریا ناڤبەرا ڕۆژێ و مشتەری، ڤێجا ئەڤ دوورییە دبیتە.

$$3\times10^{5}\times2600=7.8\times10^{8}$$

$7.8\times10^{8}\,\text{km}$ یان $7.8\times10^{11}\,\text{m}$ ڤێجا بەرسڤ یا دروستە.

هەوڵبدە تیرێژێ رووناهیێ پێدڤی ب چەند خولەکان هەیە کو ژ رۆژی بگەهێتە عەردی؟

راهێـــــنـــــان

بەردەوامبوون د بیرکارییێدا

1 بێژە کەنکی چێدبیت ژمارێ لسەر شێوەێ زانستی بنڤیسی.

راهێنانێن ئاراستەکری

هەر برِەکێ لسەر شێوێ درێژ بنڤیسە.

2 $4(a-b)^2$

3 $(12xy)^4$

4 $-x^2(-2y)^5$

5 $\left(-\frac{1}{2}b\right)^3$

هەر برِەکێ ب سادەترین شێوە بنڤیسە.

6 $\left(-\frac{3}{5}\right)^{-2}$

7 5^0

8 $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}$

9 10^{-1}

هەر برِەکێ ب سادەترین شێوە بنڤیسە وەسادانە کو هەموو گۆڕاو جیاوازن ژ سفرێ.

10 $\left(-3a^2b^3\right)^2$

11 $c^3d^2\left(c^{-2}d^4\right)$

12 $\frac{5uv^6}{u^2v^2}$

13 $10\left(\frac{y^5}{x^2}\right)^2$

14 $-2s^{-3}t\left(7s^{-8}t^5\right)$

15 $-5m\left(mn^2\right)^3$

16 $\frac{(4b)^2}{2b}$

17 $\frac{x^{-1}y^{-2}}{x^3y^{-5}}$

هەر برِەکێ ب سادەترین شێوە بنڤیسە، بەرسڤان لسەر شیوێ زانستی بنڤیسە.

18 $(2.2\times10^5)\times(4.5\times10^{11})$

19 $\frac{7.8\times10^8}{2.6\times10^{-3}}$

20 $\frac{1.6\times10^{-3}}{4.0\times10^4}$

ڕاهێنان و بجهئینان

هەر برەکێ ب شێوێ درێژ بنڤیسە:

21 $(m+2n)^3$

22 $5x^3$

23 $(-9uv)^3w^4$

24 $2x(-y^2-x)^2$

هەر برەکێ ب سادەترین شێوە بنڤیسە:

25 $(-4)^{-2}$

26 $\frac{3}{4}^{-1}$

27 $\frac{5}{2}^{-3}$

28 -6^0

هەر برەکێ ب سادەترین شێوە بنڤیسە وەسادانە کو هەموو گۆڕاو جیاوازن ژ سفرێ:

29 $\frac{-100u^3v^{-5}}{25u^{-2}v^6}$

30 $\left(-x^4y^2\right)^5$

31 $\left(16u^4v^6\right)^{-2}$

32 $8a^2b^5\left(-2a^3b^2\right)$

هەر برەکێ ب شێوێ زانستی بنڤیسە:

33 $\left(3.2\times10^6\right)\left(1.7\times10^{-4}\right)$

34 $\frac{5.1\times10^4}{3.4\times10^{-5}}$

35 $\left(6.8\times10^3\right)\left(9.5\times10^5\right)$

36 **بژمێر:** هەکە پرۆسێسەرێ بژمێرێ لەزا وی 5.4 گێگا هێرتز بیت، ئەو دشێت 5.4×10^9 کردارێن هەژمارتنێ بجهبینیت دچرکەکێدا. گوهۆڕینا فایلەکا Mp3 بۆ فایلەکا دەنگی پێدڤی ب 5.02×10^{11} کردارێن هەژمارتنێ هەیە. چەند خۆلەك دڤێن بۆ گوهۆڕینا ئەڤێ فایلێ. بەرسڤا خۆ نێزیکبکە بۆ نێزیکترین بەش ژ سەدێ ژ خۆلەکێ.

هەر کۆمەلەکا ژماران لسەر شێوێ هێزا(2) بنڤیسە، پاشی ژمارێن هەر کۆمەلەکێ ژ بچووکتر بۆ مەزنتر ڕێزبکە.

37 16^{-2}، 2^{-1}، 4^1 ، 8^2

38 8^{-2}، 4^2 ،-4^3،2^{-1}

39 2^{-2}، 16^1، 4^0 ،-8^2

40 **پێنگاڤێن جودا:** دەریاچەیا میشیگان ل ئەمریکا باکوور 4.9×10^{15} لیتەرێن ئاڤێ ب نێزیکی تێدا هەنە. بۆڕیەك 0.044 لێتەرێن ئاڤێ دخۆلەکەکێدا درێژیت. چەند سال دڤێن هەتا ئەڤ بۆڕیە ئاڤا دەریاچەیا میشیگان ڤالابکەت؟

هەر برەکێ ب سادەترین شێوە بنڤیسە، وەسادانە کو هەموو گۆڕاوجیاوازن ژ سفرێ

41 $\left(\frac{3a^3b}{2a^{-1}b^2}\right)^2$

42 $12x^0y^5\left(-2a^3b^2\right)$

43 $\frac{72x^2y^3}{-24x^2y^5}$

44 $\left(\frac{5ab}{-3a^2}\right)^{-2}$

45 $\left(6x^5y^3\right)\left(-3x^2y^{-1}\right)$

46

پیڤەر: ئەڤێن ل خوارێ بهەژمێرە.

47 یاردە وئینج دوو پیڤەرن بۆ درێژیێ ل بریتانیا بکاردهێن، یاردە دبیتە 36 ئینج. چەند ئینجێن دووجا دیاردەکا دووجادا هەنە؟

48 چەند سەنتیمەترێن دووجا دمەترەکا دووجادا هەنە؟

49 ل بریتانیا پیڤەرێ سێێ یێ بۆ درێژیێ بکاردهێت دبێژنێ (پێ) هەر پێیەك دبیتە (12) ئینج. ژمارا ئینجێن سێجا د پێیەکی سێجا دا چەندە؟

50 ژمارا مەترێن سیجا د کیلومەترەکا سێجادا چەندە؟

هەر برەکێ ب سادەترین شێوە بنڤیسە، وەسادانە کو هەموو گۆڕاو جیاوازن ژ سفری:

51 $-a^2b^6\left(-7ab^{-4}\right)$

52 $\dfrac{14x^{-2}y^3}{-8x^{-5}y^5}$

53 $\left(\dfrac{20x^6}{2x^2}\right)^3$

54 $\left(10x^{-2}y^0z^{-3}\right)^2$

55 $\left(-3a^2b^{-1}\right)$

56 $\left(8m^4n^{-2}\right)\left(-3m^{-2}n\right)^0$

57 ناڤەندێ ژمارا لێدانێن دلێ مرۆڤی دژینێدا چەندە، هەکە بزانی ناڤەندێ لێدانێن دلی دچەرکەکێدا (1.2) وناڤەندێ ژیانا مرۆڤی 75 سالن؟

58 ناڤەندێ ژمارا هەناسەدانێن مروڤی چەندە، هەکە بزانی ناڤەندێ هەناسەیا مرۆڤی دخوڵەکەکێدا 16و ناڤەندێ ژیانا مرۆڤی 75 سالن؟

59 ناڤەندێ ژمارا موویێن سەرێ مرۆڤی چەندە، هەکە بزانی ناڤەندێ ژمارا وان ل ئێك سانتیمەترێ دووجا(254)موونە، وناڤەندێ رووبەرێ سەرێ مروڤێ یەکسانە ب 500cm^2 .

ئەوێ سیفەتێ دیاربکە کو هەر یەکسانیەك دەردبڕت.

60 $\left(x^5\right)^3 = x^{15}$

61 $\left(m^2n^5\right)^4 = m^8n^{20}$

62 $\dfrac{3b^3}{b^{-2}} = 3b^5$

63 $\left(\dfrac{xy^5}{x^3}\right)^4 = \dfrac{x^4y^{20}}{x^{12}}$

64 **زمان:** گەلەك جاران رستەك ژ ڤێ جۆری بکاردهێت ((ژمارا ئاکنجیێن ڤی وەلاتی 3.8 ملیۆن کەسە)) بۆ دەربڕینا ژمارا ئاکنجیان. ڤێ ژماری ب شێوێ زانستی بنڤیسە و بەحسێ پەیوەندیێ ل ناڤبەرا نواندنا ژمارێ ل بیرکاری و دەربڕینا وێ ب زمانی بکە.

65 **هزرکرنەکا رەخنەگر:** سیفەتێ دابەشکرنا هێزان بکاربینە دا رووبکەی کو هێزا 0^0 نەیا پێناسکریە.

66 **کیژ ڤان بڕان ب شێوەیەکی زانستی دروست هاتیە نڤیسین؟**

أ 11×0^5　ب 58.5×0^4　ج 0.245×10^{-7}　د 7.25×10^0

67 **کیژ بڕ یەکسانە ب $(-5)(-5)(-5)(-5)(-5)(-5)$؟**

أ 5^{-6}　ب $(-5)^{-6}$　ج $(-5)^6$　د -5^6

68 هەکە گۆڕاوێن x و y و z جۆدابن ژ سفرێ، کیژ بڕ دبیتە 0 ، کیژ بڕ دبیتە $\frac{x^4y^{-3}}{x^2z^0}$ ؟

أ $\frac{x^2}{yz}$

ب $\frac{x^2z}{y^3}$

ج $\frac{x^{-2}}{y^{-3}z}$

د $\frac{x^2}{y^3}$

69 تێبینیێ بکە کو $4^2 = 2^4$. هەکە x و y دوو ژمارێن تەواوێن مووجەب بن کوپاسەدانا $x < y$ بکەن، سێ نموونان بینە بۆ بهایێن x و y کو $x^y < y^x$ ، وسێ نموونەیێن دی بینە بۆ بهایێن x و y کو $y^x < x^y$.

وانە 2

برێن رەگدار

Radical Expressions

بۆچی

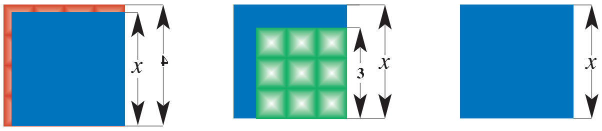
رەگ گەلەك جاران ل هەژمارتنێن ئامارێ و هەژمارتنێن فیزیایێ دەردکەڤن. وهەروەسا ل چالاکیێن ژیانێ دەردکەڤن وەکی راخستنێ.

ئارمانج

- بهایێ برەکی هەژماردکەن کو رەگ تێدا هەبیت.
- وان برێن رەگ تێدا هەبن ب سادەترین شێوە دنڤیسن.

خەملاندنا رەگێ دووجایی Estimating Square Root

چارگۆشەیەکا شین ل بەردەستێ کارزان هەیە رووبەرێ وێ 12 یەکێن دووجاییە، چەوا درێژیا لایەکی دیاردکەت؟ ل بیرا تەبیت کو رێسایا هەژمارتنا رووبەرێ چار گوشێ رێکێ ددەت بۆ نڤیسینا $12 = x^2$ کو x هێما درێژیا لایێ چارگۆشا شین بیت. ڤێجا درێژیا لایێ چارگۆشا شین دبیتە رەگێ دووجایێ ژمارە 12 ، چونکی ژمارە 12 نە دووجایکا تەواوە، دڤێت تو درێژیا لایێ x بخەملینی. بەرێ خۆ بدێ کو 12 دکەڤیتە ناڤبەرا هەر دوو ژمارێن تەواوێن دووجای 9 و 16.



ڕووبەرێ چارگۆشا شین نێزیکترە بۆ 9 ژ 16، ژ بەرڤێ چەندێ درێژیا لایێ چارگۆشا شین دکەڤیتە ناڤبەرا 3 و 4 . چونکی رووبەرێ چارگۆشێ 12 یە بۆ لایێ 3 نێزیکترە ل ناڤبەرا رووبەرێ $9 = 3^2$ و $16 = 4^2$، ڤێجا درێژیا لایێ وێ دکەڤیتە ناڤبەرا 3.4 و 3.5 .

$3.4^2 = 11.56$ $3.41^2 = 11.6281$ $3.42^2 = 11.6964$ $3.43^2 = 11.7649$

$3.44^2 = 11.8336$ $3.45^2 = 11.9025$ $3.46^2 = 11.9716$ $3.47^2 = 12.0409$

$3.48^2 = 12.1104$ $3.49^2 = 12.1801$ $3.5^2 = 12.25$

باشترین خەملاندن بۆ رەگێ دووجایێ 12 دبیتە 3.46 ئانکو $\sqrt{12} \approx 3.46$.

رەگێ دووجای Square Root

هەكە a ژمارەكا راستی نەیا سالب بیت، ئەوێ دوورەگێن دووجایی هەنە، ئێك ژ وان یا موجەبە و ب $\sqrt{a}$ دهێتە نڤیسین، وئەوا دی یا سالبە و ب $-\sqrt{a}$ دهێتە نڤیسین و ئەو هەردوو ژمارە پاسەدانا ڤێ سیفەتێ دكەن. $\left(\sqrt{a}\right)\left(\sqrt{a}\right)=a$ $\left(-\sqrt{a}\right)\left(-\sqrt{a}\right)=a$

سادەكرنا بڕێن رەگدار Simpligying Radical Expressions

بڕێن رەگدار ئەو بڕەنە كو رەگ **تێدا** هەنە. هەكە تەبڤێت بڕێن رەگدار كۆمبكەی یان لێدەربكەی، خۆ پشتراستبكە ژ یەكسانبوونا وان ژمارێن دكەڤنە ژێر هیمایا رەگی. بۆ نموونە تو دكاری هەردوو ژماران $2\sqrt{5}$ ، $4\sqrt{5}$ كۆمبكەی $2\sqrt{5}+4\sqrt{5}=6\sqrt{5}$ بدەستدكەڤیت.

نموونە 1

ڤان سادەبكە.

أ $5\sqrt{6}-2\sqrt{6}$ ب $5+6\sqrt{7}-2\sqrt{7}-3$

ج $8\sqrt{3}+6\sqrt{2}-\sqrt{3}+2\sqrt{2}$ د $b\sqrt{x}+y\sqrt{x}$

شیكار

أ سیفەتێ بەلاڤبوونێ [بەشینەوە] بكاربینە بۆ كۆمكرنا ڕادێن لێكچوویی، پاشی كۆلكێ هاوبەش $\sqrt{6}$ بهەژمێرە. $5\sqrt{6}-2\sqrt{6}=(5-2)\sqrt{6}=3\sqrt{6}$

ب رادان رێزبكە دا سادەكرن ساناهیببیت.

$$5+6\sqrt{7}-2\sqrt{7}-3=5-3+6\sqrt{7}-2\sqrt{7}=2+4\sqrt{7}$$

ج رادان رێزبكە دا سادەكرن ساناهیببیت.

$$8\sqrt{3}+6\sqrt{2}-\sqrt{3}+2\sqrt{2}=8\sqrt{3}-\sqrt{3}+6\sqrt{2}+2\sqrt{2}=7\sqrt{3}+8\sqrt{2}$$

د رەفتارێ دگەل گۆڕاوان بكە وەك ژماران.

$$b\sqrt{x}+y\sqrt{x}=(b+y)\sqrt{x}$$

هەوڵبدە ڤان بڕان سادەبكە. أ $4\sqrt{6}-\sqrt{6}$ ب $y+2\sqrt{x}-2y-3\sqrt{x}$

چالاکی

بڕێن ڕەگدار و کردار Operations with Radical Expressions

پەیوەندیا ل ناقبەرا ڕەگان و هێزان بکاربینە بۆ بجهئینانا کرداران:–

1. $\sqrt{9\times16}$ ب دوو ڕێکان بهەژمێرە.

أ $\sqrt{9\times16}=\sqrt{144}=?$ ب $\sqrt{9\times16}=\sqrt{9}\times\sqrt{16}=?$

2. سێ نموونان بینە بۆ سەلماندنا ڕاستیا پەیوەندییێ. $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$

3. $\sqrt{9+16}$ و $\sqrt{9}+\sqrt{16}$ بهەژمێرە و هەردوو ئەنجامان بەراوردبکە.

4. سێ نموونان بینە و دیاربکە کو $\sqrt{a+b}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$ هەموو دەمان نەیا دروستە.

خالەکا چاڤدێریێ ✓

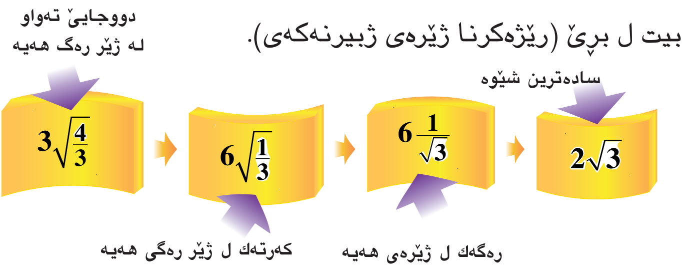
لێکدانا ڕەگێن دووجایی Multiplying Square Roots

هەکە a و b دوو ژمارێن ڕاستی نا سالب بن دێ:

$$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$$

ڕەفتارکرن دگەل بڕێن ڕەگدارێن دووجایێن سادەکری، ب ساناهیترە ژ ڕەفتارکرنێ دگەل بڕێن ڕەگدارێن دووجایێن نەسادەکری. بڕەکی ڕەگدار دێ ب سادەترین شێوە بیت، هەکە ئەڤ مەرجێن ل خوارێ تێدا هەبوون.

1. دووجایەکا تەواول ناقبەرا کۆلکێن ئەوێ ژمارێ نەبن ئەوا دکەڤیتە ژێر هێمایا ڕەگی.
2. کەرت ل ژێر هێمایا ڕەگی نەبیت.
3. ڕەگ ل ژێرێ هیچ کەرتەکێ نەبیت ل بڕێ (ڕێژەکرنا ژێرەی ژبیرنەکەی).



نموونە 2

ئەڤان بڕان ب سادەترین شێوە بنڤیسە.

أ $\sqrt{12}$ ب $\sqrt{400}$ ج $\sqrt{a^2}$ د $\sqrt{a^5b^{10}}$

شیکار

ل دووڤ دووجایێن تەواوبگەڕە لناقبەرا کۆلکێن ژمارێ، و سیفەتێ لێکدانا ڕەگێن دووجای بکاربینە، ڕەگێن دووجای ئەڤان دووجایێن تەواو سادەبکە (بینەدەر) و کۆلکێن دی بهێلە.

أ $\sqrt{12}=\sqrt{4\times3}=\sqrt{4}\times\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

ب $\sqrt{400}=\sqrt{4}\times\sqrt{100}=2\times10=20$

چونکی هێمایا رەگێ دووجای دەربڕینا رەگی نا سالب دکەت، دێ $\sqrt{a^2}$ نەیا سالب بیت. هیمایی ڕووت دهێتە بکارئینان بۆ نیشاندانا ئەوێ چەندێ کو ل دەمێ توانا گۆڕاوی ل ژێر هیمایێ رەگی یا جووت بیت، دێ بیتەکت ل دەرڤەی هیمایێ رەگی دووجایی پشتی سادەکرنێ.

ج $\sqrt{a^2} = |a^1| = |a|$

د $\sqrt{a^5b^{10}} = \sqrt{a(a^2)^2(b^5)^2} = a^2|b^5|\sqrt{a}$

هەوڵبدە ڤێ برِێ ب سادەترین شێوە بنڤیسە. $\sqrt{72m^2n^5}$

هزرکرنەکا رەخنەگر بۆچی بکارئینانا هێمایێ ڕووت ل ئەڤانێن ل خوارێ نەیا پێدڤیە.

أ $\sqrt{b^3} = b\sqrt{b}$ ب $\sqrt{b^4} = b^2$

نموونە 3

ڤان بڕان ب سادەترین شێوە بنڤیسە.

أ $(5\sqrt{3})^2$ ب $\sqrt{3}\times\sqrt{6}$

ج $\sqrt{2}(6+\sqrt{12})$ د $(3-\sqrt{2})(4+\sqrt{2})$

شیکار

أ ل بیرا تەبیت کو دووجایێ ژمارەکێ دبیتە ئەنجامێ لێکدانا ئەوێ ژمارێ دگەل خۆ، ڤی چەمکی بجهبینە، پاشێ کۆلکان رێزبکە بەری لێکدانێ.

$$(5\sqrt{3})^2 = (5\sqrt{3})(5\sqrt{3}) = (5\times5)(\sqrt{3}\times\sqrt{3}) = 25\times3 = 75$$

ب سیفەتێ لێکدانا رەگان بکاربینە، ئەنجامێ لێکدانێ ئەوێ دژێر رەگیدا شیتەلبکە

پاشی سادەبکە. $\sqrt{3}\times\sqrt{6} = \sqrt{3\times6} = \sqrt{18} = \sqrt{9\times2} = \sqrt{9}\times\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

ج سیفەتێ بەلاڤکرنێ (بەشینەوە) بکاربینە دا لێکدان و سادەکرن و شیتەلکرنێ ئەنجامبدەی.

$$\sqrt{2}(6+\sqrt{12}) = 6\sqrt{2}+\sqrt{2}\times\sqrt{12} = 6\sqrt{2}+\sqrt{2\times12}$$
$$= 6\sqrt{2}+\sqrt{24} = 6\sqrt{2}+\sqrt{6\times4} = 6\sqrt{2}+2\sqrt{6}$$

د $(3-\sqrt{2})(4+\sqrt{2}) = 12+3\sqrt{2}-4\sqrt{2}-2 = 10-\sqrt{2}$

هەوڵبدە ئەڤان بڕان ب سادەترین شێوە بنڤیسە. أ $(2\sqrt{7})^2$ ب $\sqrt{2}(4-\sqrt{8})$

دابەشکرنا رەگێن دووجایی Dividing Squar Roots

بلا a و b دوو ژمارێن تەواوێن مووجەب بن، دێ.

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

نموونە 4

ڤان بران ب سادەترین شێوە بنڤیسە:

أ $\sqrt{\frac{16}{25}}$ ب $\sqrt{\frac{7}{16}}$ ج $\sqrt{\frac{a^2b^3}{c^2}}$ د $\sqrt{\frac{9}{5}}$

شیکار:

هەر رەگەکی دووجایی بنڤیسە بکارئینانا سیفەتێ دابەشکرنا رەگێن دووجایی.

ئەنجامی ب سادەترین شێوە بنڤیسە.

أ $\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} = \frac{4}{5}$

ب $\sqrt{\frac{7}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$

ج $\sqrt{\frac{a^2b^3}{c^2}} = \frac{|a|b\sqrt{b}}{|c|}$

د $\sqrt{\frac{9}{5}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}}$

ژێرا بەرسڤا دوماهێکێ رەگ تێدا هەیە، هەکە تە بڤێت خۆ ژ وی رەگی رزکار بکەی، برێ ل $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$ بدە، دبێژنە کردارا رزگارکرنێ ژ رەگێ ژێرەی، رێژەکرنا ژێرەی.

$$\frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{3\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

هەوڵبدە ڤان بران ب سادەترین شێوە بنڤیسە. أ $\sqrt{\frac{4}{24}}$ ب $\sqrt{\frac{4}{3}}$ ج $\sqrt{\frac{ab^2}{c}}$

راهێنان

بەردەوامبوون د بیرکارییێدا

1 ڕوونبکە، چەوا لاپەرێ چارگۆشان دهێتە بکارئینان بۆ هەژمارتنا ڕەگێ دووجایێ ژمارە 16 [دووجایا تەواوە].

2 ڕوونبکە، چەوا لاپەری چارگۆشان د هێتە بکارئینان بۆ خەملاندنا ڕەگی دووجایێ ژمارە 19 [نە دووجایا تەواوە].

3 ڕوونبکە، چەوا $\sqrt{7}$ د خەملینی بێی بکارئینانا بژمێرێ و لاپەرێ چارگۆشان.

4 چەوا شیتەلکرنێ بکاردئینی بۆ سادەکرنا بڕەکێ ڕەگدار وەکی $5\sqrt{90x^3y^4}$ ؟

5 سادەترین شێوە بۆ بڕەکێ ڕەگدار چییە؟

راهێنائێن ئاراستەکری

ڕەگێن دووجای بهەژمێرە:

6 $\sqrt{36}$

7 $-\sqrt{64}$

8 $\pm\sqrt{81}$

9 $-\sqrt{121}$

ڤان بڕان ب سادەترین شێوە بنڤیسە:

10 $8\sqrt{3}-6\sqrt{3}$

11 $9+3\sqrt{7}-5\sqrt{7}+4$

ڤان بڕان ب سادەترین شێوە بنڤیسە.

12 $\sqrt{32}$

13 $\sqrt{x^2y^7}$

14 $\sqrt{27x^2}$

15 $\sqrt{a^7b^3}$

ڤان بڕان ب سادەترین شێوە بنڤیسە.

16 $\left(7\sqrt{11}\right)^2$

17 $\sqrt{2}\times\sqrt{10}$

18 $\left(5-\sqrt{3}\right)\left(5+\sqrt{3}\right)$

19 $\sqrt{\frac{9}{4}}$

20 $\sqrt{\frac{6}{49}}$

21 $\sqrt{\frac{225}{18}}$

22 $\sqrt{\frac{x^7y^1}{z^3}}$

ڕاهێنان و بجهئینان

ڕەگی دووجایی بهەژمێرە. هەکە ڕەگێ دووجایی نەیێ ڕێژەیی بیت نێزیکبکە بۆ نێزیکترین بەش ژ سەدێ.

23 $\sqrt{225}$

24 $-\sqrt{169}$

25 $-\sqrt{11}$

26 $\sqrt{\frac{4}{9}}$

27 $-\sqrt{40}$

28 $-\sqrt{27}$

29 $\sqrt{1000}$

30 $\sqrt{10000}$

31 $-\sqrt{0.04}$

32 $\sqrt{0.059}$

ب سادەترین شێوە بنڤیسە بکارئینانا شێتەلکرنی:

33 $\sqrt{49}$ **34** $\sqrt{196}$ **35** $\sqrt{576}$ **36** $\sqrt{3600}$ **37** $\sqrt{192}$

38 $\sqrt{75}$ **39** $\sqrt{98}$ **40** $\sqrt{1620}$ **41** $\sqrt{264}$ **42** $\sqrt{648}$

هەکە a و b دوو ژمارێن مووجەب بن، دروستی و شاشیا ڤان رستان دیاربکە:

43 $\sqrt{a+b}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$ **44** $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$ **45** $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

ڤان براں ب سادەترین شێوە بنڤیسە:

46 $\sqrt{3}\times\sqrt{12}$ **47** $\sqrt{8}\times\sqrt{18}$ **48** $\sqrt{48}\times\sqrt{3}$ **49** $\sqrt{54}\times\sqrt{6}$

50 $\sqrt{\frac{64}{16}}$ **51** $\sqrt{\frac{96}{2}}$ **52** $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{8}}$ **53** $\frac{\sqrt{150}}{\sqrt{6}}$

54 $\sqrt{5}\times\sqrt{15}$ **55** $\sqrt{98}\times\sqrt{14}$ **56** $\sqrt{\frac{56}{8}}$ **57** $\frac{\sqrt{96}}{\sqrt{8}}$

ڤان براں ب سادەترین شێوە بنڤیسە. وەسا دانە کو هەموو گۆڕاو نا دسالب بن و هەموو ژێرێن وان جیاوازن ژ سفرێ.

58 $\sqrt{a^4b^6}$ **59** $\sqrt{x^8y^9}$ **60** $\sqrt{\frac{a^6}{b^{10}}}$ **61** $\sqrt{\frac{x^3}{y^6}}$

وان کردارێن دشیاندا بجهبینە و بەرسڤێ ب سادەترین شێوە بنڤیسە:

62 $3\sqrt{5}+4\sqrt{5}$ **63** $4\sqrt{5}+2\sqrt{5}-5\sqrt{5}$ **64** $\sqrt{6}+2\sqrt{3}-\sqrt{6}$

65 $(4+\sqrt{3})(1-\sqrt{2})$ **66** $\frac{6+\sqrt{18}}{3}$ **67** $\frac{\sqrt{15}+\sqrt{10}}{\sqrt{5}}$

ڤان براں ب سادەترین شێوە بنڤیسە:

68 $(3\sqrt{5})^2$ **69** $(4\sqrt{25})^2$ **70** $\sqrt{12}\times\sqrt{6}$

71 $\sqrt{72}\times\sqrt{32}$ **72** $3(9+\sqrt{5})$ **73** $\sqrt{5}(6-\sqrt{15})$

74 $\sqrt{6}(6+\sqrt{18})$ **75** $(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)$ **76** $(\sqrt{3}-4)(\sqrt{3}+2)$

بەرهنگاری

77 $\sqrt{3}(\sqrt{3}+2)^2$ **78** $\sqrt{12}(\sqrt{3}+8)^2$ **79** $\sqrt{5}(\sqrt{5}-4)^2$

گرێدان

ئەندازە: درێژیا لایەکێ چارگۆشەکێ بینەدەر هەکە ڕووبەرێ وێ:

80 250m^2

81 144m^2

82 28m^2

جێبەجێکردن

83 **باخچە:** ل پێش مالا ئازادی باخچەك هەیە ڕووبەرێ وێ 676m^2. درێژیا لایەکی چەندە؟

لێنێرینەك بۆ پاش

ڤان بڕان ب سادەترین شێوە بنڤیسە.

84 $\left(-a^2b^2\right)^3\left(a^4b^2\right)^3$

85 $\frac{x^5y^7}{x^2y^3}$

86 $\left(\frac{20x^3}{-4x^2}\right)^3$

لێکبدە.

87 $(2x-4)(2x-4)$

88 $(3d+5)(2d-6)$

89 $(6b+1)(3b-1)$

لێنێرینەك بۆ پێش

هێزێن توانا وان یا ڕێژەی بیت دهێنە بکارئینان بۆ دەربڕینا ڕەگان و دنڤیسن $\sqrt[n]{a}=a^{\frac{1}{n}}$، دەمێ a ژمارەیەکا ڕاستی نەیا سالب بیت و n ژمارەیەکا تەواو نەژ 2 ێ کێمتربیت. بۆ نموونە:

$\sqrt[3]{27}=3$ چونکی $3^3=27$ و $\sqrt[4]{16}=2$ چونکی $2^4=16$.

یاسایێن هێزان بکاربینە بۆ نڤیسینا ئەڤان بڕان ب سادەترین شێوە، بۆ نموونە:

$$\left(x^{\frac{1}{2}}\right)^5\left(x^{\frac{3}{2}}\right)=\left(x^{\frac{5}{2}}\right)\left(x^{\frac{3}{2}}\right)=x^{\frac{8}{2}}=x^4$$

سادەبکە:

90 $\left(x^{\frac{1}{3}}\right)^4\left(x^5\right)^{\frac{1}{3}}$

91 $(xy)^{\frac{1}{2}}\left(x^{\frac{1}{3}}\right)^6\left(y^{\frac{1}{2}}\right)^2$

92 $\left(x^3y^{\frac{3}{2}}\right)^6(xy)^{\frac{1}{2}}$

وانه 3

لۆگارتم

Logarithms

ئارمانج

- شێوەیێ توانی بۆ شێوەیێ لۆگارتمی دگوهۆڕین.
- بڕێ لۆگارتمی ب سادەترین شێوە دنڤیسین و بەهایێ وی دهەژمێرین.

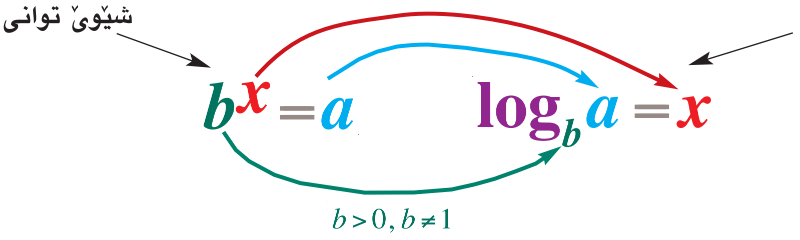
بۆچی

لوگارتم ب شێوەیەکی بەرفرەه دهێنە بکارئینان بۆ پیڤانان، وەکی پیڤانا pH بۆ دیارکرنا ترشیا گێڕاوی.

دگەل پێشکەفتنا بازرگانیێ و باشتربوونا دەریا ڤانیێ، هندەك کردارێن ژمێریاری یێن ئالۆز پەیدابوون لەورا پێدڤی ب هندەك رێکێن هەژمارتنێ یێن باشتر و کێم زەحمەت بوون.

لۆگارتم د بیرکارییێدا هاتە دێتن، ونەخشەیا لۆگارتمی و بجهئینانێن وێ ل ئاماریێ و ئابووریێ و ل گەلەك بوارێن دن د هێنە بکارئینان.

لۆگارتم کردارەکا بەرۆڤاژیە بۆ هێزان. چەوا لێدەرکرن بەرۆڤاژیا کۆمکرنێیە، هەروەسا لۆگارتم بەرۆڤاژیا هێزێیە.



بۆ نموونە نڤیسینا $\log_{10} 100 = 2$ یا هاوتایە دگەل نڤیسینا $10^2 = 100$، و ب ڤی شێوەی دهێتە خواندن لۆگارتما a ب بنچینەیێ b .

گوهۆڕین ژ شێوێ توانی بۆ شێوێ لۆگارتمی و بەرۆڤاژیا وێ

شێوێ توانی	بنچینە	توان	شێوێ لۆگارتمی
$2^6 = 64$	2	6	$\log_2 64 = 6$
$7^2 = 49$	7	2	$\log_7 49 = 2$
$3^5 = 243$	3	5	$\log_3 243 = 5$
$5^3 = 125$	5	3	$\log_5 125 = 3$

لۆگارتم Logarithm

ئەم دبێژین ژمارا راستیێ x دبیتە لۆگارتمیێ ژمارا مووجەب a ب بنچینەییێ b $(b \neq 1)$ و دنڤیسین.

$x = \log_a b$ هەکە $b^x = a$

نموونە ①

ژ شێوێ توانی بۆ شێوێ لۆگارتمی بگۆهۆڕە.

أ $2^5 = 32$ ب $3^2 = 9$ ج $4^3 = 64$ د $5^0 = 1$

شیکار

أ $2^5 = 32 \Leftrightarrow \log_2 32 = 5$

ب $3^2 = 9 \Leftrightarrow \log_3 9 = 2$

ج $4^3 = 64 \Leftrightarrow \log_4 64 = 3$

د $5^0 = 1 \Leftrightarrow \log_5 1 = 0$

هەوڵبدە ژ شێوێ توانی بۆ شێوێ لۆگارتمی بگوهۆڕە.

أ $2^{10} = 1024$ ب $5^1 = 5$ ج $100^0 = 1$

نموونە ②

ژ شێوێ لۆگارتمی بۆ شێوێ توانی بگۆهۆڕە

أ $\log_{10} 1000 = 3$ ب $\log_9 81 = 2$ ج $\log_5 125 = 3$ د $\log_{10} 1 = 0$

شیکار

أ $\log_{10} 1000 = 3 \Leftrightarrow 10^3 = 1000$

ب $\log_9 81 = 2 \Leftrightarrow 9^2 = 81$

ج $\log_5 125 = 3 \Leftrightarrow 5^3 = 125$

د $\log_{10} 1 = 0 \Leftrightarrow 10^0 = 1$

هەوڵبدە $\log_{10} 0.01 = -2$ ب شێوێ توانی بنڤیسە.

نموونە ③

ژ شێوەیەکی بۆ شێوێ دی بگوهۆڕە؟

أ $6^2 = 36$ ب $5^{-3} = \frac{1}{125}$ ج $\log_{27} \frac{1}{9} = -\frac{2}{3}$ د $\log_{10} 10\sqrt{10} = \frac{3}{2}$

شیکار

أ $6^2 = 36 \Leftrightarrow \log_6 36 = 2$

ب $5^{-3} = \frac{1}{125} \Leftrightarrow \log_5 \frac{1}{125} = -3$

ج $\log_{27}\frac{1}{9}=-\frac{2}{3}\Leftrightarrow 27^{-\frac{2}{3}}=\frac{1}{9}$

د $\log_{10}10\sqrt{10}=\frac{3}{2}\Leftrightarrow 10^{\frac{3}{2}}=10\sqrt{10}$

هەولْبدە ژ شێوەیەکی بۆ شێوێ دی بگوهۆڕە.

أ $7^2=49$ **ب** $\log_4\frac{1}{16}=-2$ **ج** $\log_5 25\sqrt{5}=\frac{5}{2}$

نموونــــە 4

ئەڤێن ل خوارێ بهەژمێرە.

أ $\log_2\frac{1}{16}$ **ب** $\log_3 3\sqrt{3}$ **ج** $\log_a a$ **د** $\log_a 1$

شیکار

أ هەکە $x=\log_2\frac{1}{16}$ دبیتە $2^x=\frac{1}{16}=\frac{1}{2^4}=2^{-4}$ و ل دووڤرا $x=-4$

ب هەکە $x=\log_3 3\sqrt{3}$ دێ $3^x=3\sqrt{3}=3^1\times 3^{\frac{1}{2}}=3^{\frac{3}{2}}$، $x=\frac{3}{2}$.

ج هەکە $x=\log_a a$ دێ $a^x=a$ و دێ $x=1$.

د هەکە $x=\log_a 1$ دێ $a^x=1=a^0$ دێ $x=0$.

هەولْبدە ئەڤێن ل خوارێ بهەژمێرە.

أ $\log_{10}10000$ **ب** $\log_2\frac{1}{8}$ **ج** $\log_{10}0.001$ **د** $\log_x x$

هزرکرنەکا رەخنەگر

1. بۆچی $\log_a a$ هەموو دەمان دبیتە 1؟

2. کەنگی $\log_b a=\log_a b$؟ ڤێ ڕوونبکە.

3. ئەرێ لۆگارتمێ ژمارا سالب هەیە؟ ڤێ روونبکە.

یاسایێن لۆگارتمێ

هەموو سیفەتێن هێزان دبنە سیفەتێن لۆگارتمێ، چونکی لۆگارتم بەرۆڤاژیا هێزانە.

سیفەتێن لۆگارتمێ

بلا هەر ئێك a و b و c ژمارێن راستی یێن مووجەب بن و $c \neq 1$.

ب پەیڤان	ب ژماران	ب جەبرێ
لۆگارتمێ ئەنجامێ لێکدانا دوو ژماران دبیتە سەرجەمێ لوگارتمێ هەردوو ژماران.	$\log_2 32 = \log_2(4 \times 8)$ $= \log_2 4 + \log_2 8$	$\log_c ab = \log_c a + \log_c b$
لۆگارتمێ ئەنجامێ دابەشکرنا ژمارەکێ لسەر ئێکا دی دبیتە ئەنجامێ لێدەرکرنا لۆگارتمێ بەشدراوی ژ لۆگارتمێ بەشکراوی.	$\log_7 \frac{16}{3} = \log_7 16 - \log_7 3$	$\log_c \frac{a}{b} = \log_c a - \log_c b$
لۆگارتمێ هێزا ژمارەکا مووجەب دبیتە ئەنجامێ لێکدانا توانا هێزێ دگەل لۆگارتمێ ژمارێ.	$\log_{10} 7^3 = 3\log_{10} 7$	$\log_c a^b = b\log_c a$
لۆگارتمێ 1 دبیتە 0 بنچینە هەر چەندبیت.	$\log_{10} 1 = 0$	$\log_c 1 = 0$
لۆگارتمێ a ب بنچینەی a دبیتە 1.	$\log_{10} 10 = 1$	$\log_a a = 1$

نموونە 5 هەر بڕەکێ ب سادەترین شێوێ بنڤیسە.

أ $\log_5 75$

ب $\log_4 2 + \log_4 32$

ج $\log_5 500 - \log_5 4$

د $\log_{10} 80 - \log_{10} 40 + \log_{10} 30 - \log_{10} 6$

شیکار

أ $\log_5 75 = \log_5(3 \times 25) = \log_5 3 + \log_5 25 = \log_5 3 + \log_5 5^2 = \log_5 3 + 2$

ب $\log_4 2 + \log_4 32 = \log_4(2 \times 32) = \log_4 64 = \log_4 4^3 = 3\log_4 4 = 3$

ج $\log_5 500 - \log_5 4 = \log_5 \frac{500}{4} = \log_5 125 = \log_5 5^3 = 3$

د $\log_{10} 80 - \log_{10} 40 + \log_{10} 30 - \log^{10} 6 = \log_{10} \frac{80 \times 30}{40 \times 6} = \log_{10} 10 = 1$

هەوڵبدە بڕێ $\log_9 3 + \log_9 81$ ب سادەترین شێوە بنڤیسە.

نموونە

6 ڤان هاوکێشان شیکاربکە:

أ $\log_2 x + \log_2 3 = \log_2 12$

ب $\log_{10}(2x+3) = 1$

شیکار

أ
$$\begin{aligned}\log_2 x + \log_2 3 &= \log_2 12\\ \log_2 3x &= \log_2 12\\ 3x &= 12\\ x &= 4\end{aligned}$$

ب
$$\begin{aligned}\log_{10}(2x+3) &= 1\\ \log_{10}(2x+3) &= \log_{10} 10\\ 2x+3 &= 10\\ x &= 3.5\end{aligned}$$

هەوڵبدە ڤان هاوکێشان شیکاربکە. $\log_5 n + \log_5 7 = \log_5 35$

راهێنان

بەردەوامبوون د بیرکاریێدا

1 بەحسێ پەیوەندیا لناڤبەرا بنچینەیێ هێزێ و بنچینەیێ لۆگارتمێ بکە.

راهێنانێن ئاراستەکری

2 چییە بەرامبەری توانێ دلۆگارتمێدا؟

ژ شێوێ لۆگارتمی بۆ شێوێ توانێ بگوهۆڕە.

3 $\log_3 9 = 2$

4 $\log_8 2 = \frac{1}{3}$

ژ شێوێ توانێ بۆ شێوێ لۆگارتمی بگوهۆڕە.

5 $3^4 = 81$

6 $7^0 = 1$

راهێنان و بجهئینان

ژ شێوێ لۆگارتمی بۆ شێوێ توانی بگوهۆڕە.

7 $\log_a a = 1$

8 $\log_{10} 0.01 = -2$

ژ شێوی توانی بۆ شێوێ لۆگارتمی بگوهۆڕە.

9 $7^1 = 7$

10 $10^{-3} = 0.001$

ئەڤێن ل خوارێ بهەژمێرە.

11 $\log_2 8$

12 $\log_2 128$

13 $\log_{10} 0.00001$

14 $\log_9 9$

ب سادەترین شێوە بنڤیسە.

15 $\log_2 4 + \log_2 8 - \log_2 32$

16 $\log_{10} 12 + \log_{10} \frac{2}{3} - \log_{10} \frac{8}{10}$

بسەلمینە کو:

17 $\log_{10} 100 + \log_{10} 18 - \log_{10} 6 - \log_{10} 3 = 2$

18 $\log_a 5 + \log_a 21 - \log_a 7 = \log_a 15$

ڤان هاوکێشان شیکاربکە

19 $\log_3(2x+3) = 3$

20 $\log_3\left(x+\frac{1}{5}\right) = -2$

21 $\log_2(2x+1) = 2$

22 هزرکرنەکا رەخنەگر: بەهایێ b چەندە هەکە $\log_a b = 0$؟ ئەڤێ روونبکە.

23 هزرکرنەکا رەخنەگر: هەکە n ژمارەیەکا تەواوا مووجەب بیت، ئەرێ تو دکاری $\log_{10} 10^n$ بهەژمێری بهەژمارتنا سفران د 10^n دا؟ ڤێ ڕوونبکە.

24 هزرکرنەکا رەخنەگر: ئەرێ تو دکاری بەحسێ وێ هۆیێ بکەی کو دبیتە رێگر بۆ هەژمارتنا $\log_1 3$ و $\log_0 3$؟

25 بسەلمینە کو $\log_7 7^{2x+3} = 2x+3$، هۆیێ هەر پێنگاڤەکێ دیاربکە.

لێنێرینەك بۆ پاش

ڤان بڕان شیتەلبکە.

26 $x^3 + 5x^2 + 6x$

27 $a^6 - 64$

28 $2x^2 - 11x - 6$

ڤان هاوکێشان ب رێکێن گونجای شیکاربکە.

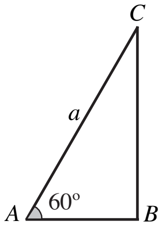
29 $x^2 - 11x - 6 = 0$

30 $x^2 + x - 42 = 0$

31 $3x^2 - 12x + 12 = 0$

لێنێرینەك بۆ پێش

32 درێژیا پارچە راستەهێلێ $\overline{BC}$ بهەژمێرە.



بەشێ 3

ئەگەر

Probabilities

ئەگەر دهێتە پۆلینکرن وەك لقەك ژ لقێن بیرکاریێ، و گرنگیێ ب خواندنا دیاردێن هەڕەمەکی ددەت، یان ئەوان دیاردێن کو دەستنیشانکرنا ئەنجامێن وان نە دشیاندابیت بەری روودانا وان.

ئەگەرا روودانەکێ ئاماژە ب شیانا ئەنجامدانا وێ روودانێ یان، بهاتنا وێ دکەت. هندەك روودان هەنە ئەگەرا روودانا وان یا بچووکە یان ستمە، و هندەك روودانێن دن هەنە ئەگەرا روودانا وان یا مەزنە یان مسۆگەرە.

دڤی بەشیدا یاسایا هەژمارتنا بنچینەی دهێتە بکارئینان بۆ دیارکرنا ژمارا ئەنجامێن دشیاندا ل تاقیکرنەکا هەڕەمەکی، یان دەربڕینێ ژ ئەنجامێن روودانا روودانەکێ دکەت.

ئەگەرێ گەلەك بکارئینان هەنە، ل کۆمپانییێن دابینکرنێ. و ل دەزگەهێن توێژینان وەکی تویژینا نۆژداریێ، ول جێبەجێکرنا یاسایان، و ل زانستێن رامیاری.

وانە

1. دەروازەیەك بۆ ئەگەرێ
2. ئەگەر
3. یاسایا هەژمارتنا بنچینەی
4. گۆڕین و ڕێزبەندی و گونجین.

وانە 1

دەروازەیەك بۆ ئەگەری

Indroduction To Probability

ئارمانج

- پێناسکرنا زاراڤێن ئەگەران و بکارئینانا وان ب شێوەیەکی دروست.
- دیارکرنا کۆمەلەکا ئەنجامێن دشیاندا بۆ تاقیکرنەکا هەڕەمەکی.
- دیارکرنا ئەوان ئەنجامێن دشیاندا کو رووودانەکێ پێکدئینن.

بۆچی گەلەك جاران ئەگەران دخوینن بکارئینانا تشتان ژ ژیانا ڕۆژانە وەکی بەرکێ زاریێ،پارچێن دراڤێ کانزای وتێران.

گەلەك جاران پەیڤا ئەگەر دبهیسین یان بکاردئینین دژیانا ڕۆژانەدا. چێدبیت تە ژ ماموستایێ بیرکاریێ بهیستبیت کو ئەگەرا دەرچوونا بیرکاری ل ئەزموونا رەوانی دبیتە 80% ، و چێدبیت تە ژ پێشکێشکەرێ بەلاڤۆکا سەقایێ بهیستبیت کو ئەگەرا باران بارینێ ل ڕۆژا سوبەهی دبیتە 50% . و چێدبیت ئێك بێژیت کو کۆمپانیا دابینکرنێ ئەڤ سالە مسۆگەر دێ قازانج کەت و ئێکی دی بێژیت کو ستەمە بەفر ئەڤ سالە ل مەها تەباخێ ل هەڤلێرێ بباریت.

ئەڤ رستە بەحسێ چ دکەن؟ بەحسێ وان رووودانان دکەن کو ئەم ب تمامی نزانین ئەرێ دێ رووودەن یان نە، یان هندەك رووودانێن دی کو مسۆگەر دێ رووودەن یان چ جاران روونادەن.

لقەکی بیرکاریێ توێژینا ڤان تشتان دکەت دبێژنێ هەژمارتنا ئەگەران.

بێگومان تو دزانی کو زانا ب تاقیکرنێن زانستی رادبن وەکی تاقیکرنێن فیزیایی یان کیمیایێ، چێدبیت مرۆڤی دەست هەبیت ل ئەنجامێن ڤان تاقیکرنان ب رێکا رێکخستنا تشتان و مەرجێن وان. رەنگە زانا ل دەستپێکێ ئەنجامان بزانیت، لێ هندەك تاقیکرنێ دن هەنە نەیا دشیاندایە ل دەسپێکێ ئەنجامێن وان بهێن دیارکرن. ل دەمێ هەلدانا بەرکێ زارەکێ نەیا دشیاندایە ل دەستێکێ ئەو ژمارا دیاردبیت دەستنیشانبکە ین، و ل دەمێ هەلدانا پارچە دراڤەکی کانزای نەیا دشیاندایە ل دەسپێکێ شێر یان خەت دەستنیشانبکەین. دبێژنە هەر تاقیکرنەکێ ژ ئەڤان، تاقیکرنا هەڕەمەکی. بیردۆزا ئەگەرێ ل سەدێ هەڤدێ دەستپێکر لسەر دەستێ ڤان هەردوو زانایێن مەزن یێن بیرکاریێ فیرما Fermat (1601 - 1665) و باسکال Pascal (1623 - 1662) . ئەڤ بیردۆزە ل درێژیا چەرخان گەشبوو هەتا ئیرۆ بوو لقەکی تەمام ژبیرکاریێ و دگەل ئاماریێ روولەکی گرنگ دبینیت دژیانا هاوچەرخدا، ودگەلەك زانستێن دن دهێتە بکارئینان وەك فیزیا. و کیمیا و زێندەوەرزانی ونۆژداری و ئابووری و بازرگانی و کۆمپانیین دابینکرنێ. و گەلەك تشتێن دن.

پێناسه:

دڤێ وانێدا دێ فێری زاراڤێن ئەگەرێ بین، ودێ فێربین چەوا ب ئاوایەکی دروست بکاربینین.
کردارێ هەلدانا بەرکێ زارێ دی بکارئینین وەك نموونه بۆ ڕوونکرنا پێناسان.

زاراڤ	پێناسه	نموونه
کارێ هەرەمەکی Trial	کارەکە نەشێین ل دەستپێکێ ئەنجامێ وی دیاربکەین.	هەلدانا بەرکێ زارەکێ
تاقیکرنا هەرەمەکی Random Experiment	کارەکێ هەرەمەکیە یان دووبارەکرنا کارەکی هەرەمەکیە.	هەلدانا بەرکێ زارەکێ 3 جاران
بۆشایێ نموونێ Sample Space S	کۆمەلا هەمی ئەنجامێن دشیاندایە بۆ تاقیکرنەکا هەرەمەکی.	$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
ڕوودان Event	کۆمەلەکە ژ ئەنجامەکێ یان ژ چەند ئەنجامێن دشیاندا پێکدئێت.	دیاربوونا ژمارەکا جووت دیاربوونا ژمارەکا کت.

نموونه 1

خسرۆ بەرکێ زارەکێ جارەکێ هەلدا. ڤان ڕوودانان ب شێوێ کۆمەلان بنڤیسه.

أ A : دیاربوونا ژمارەکا کت

ب B : دیاربوونا ژمارەکا خۆبەش

ج C : دیاربوونا ژمارەکا نەژ 5 بچووکتر بیت

د D : دیاربوونا ژمارەکا خۆبەش یان 4 .

شیکار

أ $A=\{1, 3, 5\}$

ب $B=\{2, 3, 5\}$

ج $C=\{5, 6\}$

د $D=\{2, 3, 5, 4\}$

هەوڵبدە ڕوودانا دیاربوونا ژمارەکێ بنڤیسه کو شیانا دابەشبوونێ لسەر 3 هەبیت .

نموونه 2

شیرینێ پارچە دراڤەکێ کانزای دوو جاران هەلدا. بۆشایێ نموونێ بنڤیسه.

شیکار

هەکە وێنەی [شێر] ب پیتا T و نڤیسینا [خەت] ب پیتا H هێما بکەین
بۆشایێ نموونێ دێ بیتە. $S\{(T, T), (T, H), (H, T), (H, H)\}$

هەوڵبدە ئەوێ ڕوودانێ بنڤیسه کو هەردوو جاران هەر ئەو ڕووە بۆ شرینێ دیاربیت.

بەرهنگاری بۆشایێ نموونێ بنڤیسە هەکە شیرین پارچا دراڤی 3 جاران هەلدەت.

نموونە 3

کاژینێ گۆیەك ژ سندۆقەکێ راکێشا کو 5 گۆیێن هاوتا تێدا هەنە، دوو د سۆرن وسێ دکەسکن. بۆشایێ نموونێ بنڤیسە.

شیکار

هێمایێن R_1 و R_2 بۆ هەردوو گۆیێن سۆر و هێمایێن G_1 و G_2 و G_3 بۆ هەرسێ گۆیێن کەسك دێ دانین. بۆشایێ نموونێ دبیتە $S = \{R_1, R_2, G_1, G_2, G_3\}$

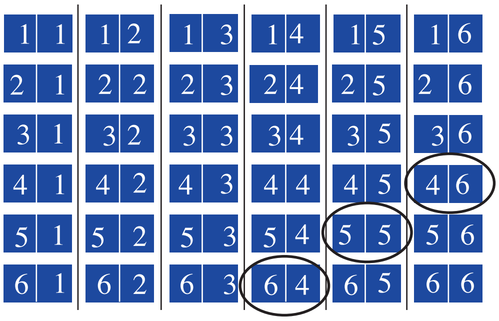
هەوڵبدە کاروانێ گۆیەك ژ سندۆقەکێ راکێشا کو 10 گۆیێن هاوتا تێدا هەنە، 4 د سۆرن، 6 د کەسکن، بۆشایێ نموونێ بنڤیسە.

نموونە 4

هەڤالی دوو بەرکێن زارێ هەلدان ئێکێ سۆر و ئێکێ شین بوو، بۆشایێ نموونێ بۆ ڤێ تاقیکرنا هەرەمەکی چییە و روودانا دیاربوونا دوو ژماران کو سەرجەمێ وان 10 بیت چییە؟

شیکار

وەکی یا دیار ل شێوێ بەرامبەر، بۆشایێ نموونێ ژ 36 دانان پێکدئێت، هەر ئێك ژوان جووتەکی رێکخستیە، ژمارا دیاربوویی لسەر بەرکێ زارا سۆر، وژمارا دیاربووی لسەر بەرکێ زارا شێن دیاردکەت. لێ ئەو روودانە ژ 3 دانان پێکدهێت، کویێن هاتینە دەوردان ل وێنێ بەرامبەر.



1 6	1 5	1 4	1 3	1 2	1 1
2 6	2 5	2 4	2 3	2 2	2 1
3 6	3 5	3 4	3 3	3 2	3 1
4 6	4 5	4 4	4 3	4 2	4 1
5 6	5 5	5 4	5 3	5 2	5 1
6 6	6 5	6 4	6 3	6 2	6 1

هەوڵبدە ئەوێ روودانێ بنڤیسە کو دەستکەفتنا سەرجەمێ 14 دەرببرت.

نموونە 5

رزگار بەرکێ زارەکێ جارەکێ هەلدا، ڤان روودانان بنڤیسە.

.1 A : دیاربوونا ژمارەکا کت.

.2 B : دیاربوونا ژمارەکا مەزنتر ژ 5 .

.3 C : دیاربوونا ژمارەکا بچووکتر ژ 1 .

.4 D : دیاربوونا ژمارەکا بچووکتر ژ 8 .

شیکار

.1 $A=\{1, 3, 5\}$

.2 $B=\{6\}$

.3 $B=\{\ \}=\phi$

.4 $D=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

هەوڵبدە ئەوێ روودانێ بنڤیسە کو ژمارەکی بنوێنیت ژ 6 بچووکتر بیت ونەژ 2 بچوکتر بیت. ئەنجامێن نموونا لسەری دێ بکارئینین بۆ دانانا چەند پێناسان.

زاراڤ	پێناسە	نموونە
روودانا سادە **Simple event**	روودانەکە ئێك ئەنجامێ دشیاندا بخۆڤە دگرت ژ بوشایێ نموونێ.	$B=\{6\}$
روودانا ئاوێتە **Complex event**	روودانەکە پتر ژ ئەنجامەکی دشیاندا بخۆڤە دگرت ژ بۆشایێ نموونێ.	$A=\{1, 3, 5\}$
روودانا ستەم **Impossible event**	روودانەکە هیچ ئەنجامەکی دشیاندا بخۆڤە ناگرت.	$C=\{\ \}=\phi$
روودانا مسۆگەر **Certain event**	روودانەکە هەموو ئەنجامێن دشیاندا بخۆڤە دگرت.	روودان $D=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
دوو روودانێن جودا [جیا] **Mutually exclusive events**	دوو روودانن هیچ ئەنجامەکێ دشیاندا یا هاوبەش دناڤبەرا واندا نینە.	روودان $B=\{6\}$ $A=\{1, 3, 5\}$

هەولبدە دوو رودانێن جودا [جیا] بێژە ل تاقیکرنا هەلدان بەرکێ زارەکێ.

روودانا تەواوکەر

ئەو بەشەکێ تەمامکەرە بۆ روودانێ، هەکە روودانەك ژ هەردوو روودانێن جودا روویدەت، رووداناا دوویێ روونادەت لێ ئەڤە وێ مسۆگەر ناکەت کو ئێك ژ وان هەردووان دێ روودەت. بۆ نموونە: $A=\{1, 5, 3\}$ ، $B=\{6\}$ دوو رووداێن جودا نە، لێ چیدبیت هیچ رووداناك ژ وان روونەدەت بۆ نموونە هەکە 2 دیاربیت.

دبێژن A رووداناکا تەواوکەرە بۆ رووداناا B هەکە A ژ وان هەموو ئەنجامێن دشیاندا پێکبهێت کو دناڤ B دا نەبن. ئانکو هەردوو رووداان د جودانە وئێك ژ هەردووان دێ روودەت. هێمایێ $\overline{B}$ دهێتە بکارئینان بۆ دەربرینا تەواوکەرێ رووداناا B .

نموونە 6 **ل هەلدانا بەرکێ زارەکێ رووداناا تەواوکەر بۆ رووداناا A چییە؟ هەکە A رووداناا دیاربوونا ژمارەکا کت بیت؟**

شیکار

بۆشایێ نموونێ، دبیتە $S=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ و رووداان دبیتە $A=\{1, 3, 5\}$ رووداناا تەواوکەر دبیتە $\overline{A}=\{2, 4, 6\}$ ئانکو دیاربوونا ژمارەکا جووت.

هەولبدە ل هەلدانا دوو بەرکێن زارێ ب دوو رەنگێن جیاواز هەکە A رووداناا دیاربوونا دوو ژماران بیت کو سەرجەمێ وان 10 بیت، ئەرێ رووداناا تەواوکەر بۆ رووداناا A چییە؟

ئەم دشێین چەند رووداانێن نوو دروستبکەین ژ رووداانێن لنك مە هەین، هەکە A، B دوو رووداان بن ل تاقیکرنەکا هەڕەمەکی، دێ هێمایێ $A \cap B$ دانێین بۆ رووداناا A و B ، کو بتنێ ئەنجامددەت هەکە هەردوو رووداان پێکڤە روویدەن. دێ هێمایێ $A \cup B$ دانێین بۆ رووداناا A یان B ، کو بتنێ ئەنجامددەت هەکە ب کیماتێ ئێك ژ هەردوو رووداانان روویدەت.

نموونە

7 بەرکێ زارەکێ دووجاران هەلدا، هەر دوو روودانان $A=\{1, 3, 5\}$ و $B=\{2, 3, 4\}$ بکاربینە بۆ نڤیسینا هەر ئێکێ ژ ڤان روودانان:

1. $\overline{A}$
2. $A\cup B$
3. $A\cap B$

شیکار

1. $\overline{A}=\{2, 4, 6\}$
2. $A\cup B=\{1, 2, 3, 4, 5\}$
3. $A\cap B=\{3\}$

راهێنان

بەردەوامبوون د بیرکارییدا

1 هەر ئێك ژ ڤان هەردوو هێمایان $\cap$ و $\cup$ چ رامانێ ددەت؟ د دوو نموونانداا بکاربینە کو رودان تێدا هەبن.

2 چەوا $A\cup B$ و $A\cap B$ دێ ئینیەدەر هەکە $A=\{1, 2, 3, 4\}$ و̄ $B=\{2, 4, 6\}$ بیت؟

راهێنانێن ئاراستەکری

3 سندۆقەکێ 5 پلێتێن هاوشێوە تێدا هەنە، 3 رەش، 2 سپی. بۆشایێ نموونێ بۆ هەر تاقیکرنەکا هەرەمەکی بنڤیسە.

أ راکێشانا پلێتەکێ ب راکێشانا دوو پلێتان ج راکێشانا 3 پلێتان.

4 سامانی پارچە دراڤەکی کانزای 3 جاران ئێك ل دووڤ ئێکی هەلدا، بۆشایێ نموونێ بۆ ڤێ تاقیکرنا هەرەمەکی بنڤیسە.

5 5 پارچێن کاغەزەکا رەنووسکری ژ 1 هەتا 5 دناڤ تویرکەکێ نەرووندا هەنە، کاغەزەك ب هەرەمەکی راکێشا. هێمایێ A دانە بۆ رووداناا هەلگرتنا کاغەزا هاتیە راکێشان ژمارەیەك ژ 4 نە کێمتربیت. و B بۆ رووداناا هەلگرتنا کاغەزا هاتیە راکێشان ژمارەیەك ژ 3 نە کێمتربیت ڤان رووداناان بنڤیسە.

$$\overline{A}\cap\overline{B}, A\cap B, A\cup B, \overline{A}, B, A$$

6 ل دەمێ هەلدانا بەرکێ زارەکێ، هێمایا A بۆ رووداناا (دیاربوونا ژمارەکا جوت) و̄ B بۆ رووداناا [دیاربوونا ژمارەکا خۆبەش] و̄ C بۆ رووداناا [دیاربوونا ژمارەکا کت] و̄ D بۆ رووداناا [دیاربوونا ژمارەکا بچووکتر ژ 7) دانە:

أ هەموو رووداناان بنڤیسە.

ب ئەرێ دناڤ وان رووداناناندا دوو رووداننێن جودا هەنە؟ دوو رووداننێن جودا بێژە هەکە بەرسڤا تە بەلێ بوو.

ج ڤان رووداناان بنڤیسە $A\cup B$ و̄ $A\cap B$ و̄ $C\cap D$.

7 دڤێت دوو کەس بهێنە هەلبژارتن ژ ناڤ سێ پالیۆراوان کو ئەڤەنە: شێروان و بەیار و مەحەمەد، بۆ نواندنا قوتابیێن پۆلا دەهێ ل چاڤپێکەفتنەکێ دگەل رێڤەبەری، بۆشاییێ نموونێ بنڤیسە، ئەرێ هەر دانەکی بۆشاییێ ژ جووتەکی رێکخستی پێکدهێت؟ ڤێ ڕوونبکە.

8 دڤێت چەند ژمارێن دوو رەنووسی بهێنە دروستکرن بکارئینانا هەرسێ رەنووسان 1 و 2 و 3 ، بۆشاییێ نموونێ بنڤیسە، ئەرێ هەر دانەیەك ژ جووتەکی رێکخستی پێکدهێت؟ ڤێ روونبکە.

9 دڤێت لێژنەکا سێ کەسی بهێتە چێکرن ژ ڤان قوتابیان سامان، بەهزاد، هونەر، بارام، لەیلا، نەسرین. بۆشاییێ نموونێ بنڤیسە هەکە:

أ دڤێت لێژنە ب کێماتیێ کچەك تێدا هەبیت.
ب دڤێت لیژنە ب زێداهی کچەك تێدا هەبیت.

10 سەوسەنێ دوو بەرکێن زارێ ب دوو رەنگێن جیاواز هەلدان ڤان روودانان بنڤیسە.

أ دیاربوونا هەمان ژمارا لسەر هەردوو روویێن بەرکێن زارێ.
ب دیاربوونا دوو ژماران سەرجەمێ وان 5 بیت.
ج دیاربوونا ژمارە 3 ب کێماتی لسەر روویەکی ژ هەردوو روویێن بەرکێن زارێ.

11 روودانا دیاربوونا دوو ژماران سەرجەمێ وان 9 بیت ل هەلدانا دوو بەرکێن زاران ب دوو رەنگێن جیاواز بنڤیسە.

ل بیرا تەبیت ژمارە ژ رەنووسان پێکدهێت هەر وەکی پەیڤ ژ پیتان پێکدهێت. رەنووس ل سیستەمێ دەهی ئەڤەنە: 0، 1، 2، 3، 4، 5، 6، 7، 8، 9 و ژمارا وان دەهن.

لێنێرینەك بۆ پاش

12 چەوا $\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}$ دێ ب سادەترین شێوە دنڤیسی.

13 چەوا $\frac{1}{36}+\dots+\frac{1}{36}+\frac{1}{36}$ و 36 جاران دێ ب سادەترین شێوە نڤیسی.

لێنێرینەك بۆ پێش

14 کەسەك هاتە هەلبژارتن ژ ناڤ قوتابیێن پۆلەکێ کوژ 13 کچ و 26 کوران پێکهاتبوو، دا ببیتە نۆینەرێ پۆلێ، ئەگەر چەندە ئەو نۆینەرە کچ بیت؟

وانە 2

ئەگەر

Probability

ئارمانج

- جوداکرنا ئەگەرا تیوری و ئەگەرا تاقیکرنەیی.
- هەژمارتنا ئەگەرا رووودانەکێ.
- جوداکرن و هەژمارتنا ئەگەرا تەواوکەر.

بۆچی گەلەك کۆمپانیان پێدڤی بکارئینانا ئەگەران هەیە بۆ پلاندانانا کارێ وان وەکی کومپانیێن فرۆکەڤانیێ کو ل دووڤ باشترین شێواز دگەڕن بۆ خزمەتا گەشتیاران

چەوا هندەك کۆمپانیێن بازرگانیێ کو کارێ وان یێ گرێدای بت دگەل هندەك تشتێن نە دشیاندا بهێنە پێشبینکرن وەکی کۆمپانیین دابینکرنێ، دشێن قازانجبکەن؟ بەرسڤ ئەوە کو چێدبیت هندەك شیان بهێنە دیتن، یان ئەگەرا رووودانا کارەکی ل دووڤ چاڤدێریکرنا ئەنجامێن ژمارەکا مەزن ژ بارێن دبنە هۆیێن رووودانا ئەوێ ڕوودانێ. بۆ نموونە چێدبیت رێژا ئەگەرا مرنا مرۆڤەکێ گەلەك جگاران دکێشیت بهێتە دیارکرن، لدووڤ چاڤدێریکرنا رێژا ئەوێن دمرن ب هۆیێ گەلەك جگارە کێشانێ.

نموونە ①

ئەگەر چەندە کوئێك ژ نەخۆشێن پەنجەشێرێ ساخببیت، بۆ زانێن کو توێژینەك لسەر 5000 کەسان هاتەکرن و دیاربوو کو 250 کەس ژوان ساخبوون؟

شیکار

چێدبیت بۆشایێ نموونێ ژ 5000 کەسان بهێتە دانان و ژوان $5000 - 250 = 4750$ کەس ساخنەبوون وبتنێ 250 کەس ساخبوون.

ئەگەرا ساخبوونا نەخۆشی دبیتە $\frac{250}{5000} = \frac{1}{20} = 0.05 = 5\%$

هەوڵبدە ئەگەر چەندە کو نەخۆش ساخ نەبیت؟

نموونە ②

دونیایێ بەرکێ زارەکێ هەلدا، ئەگەرا دیاربوونا ئێك ژ چەند جارێن 3 چەندە؟

شیکار

بۆشایێ نموونێ دبیتە $S=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ڕوودان دێ ڕوودەت هەکە 3 یان 6 بۆ دونیایێ دیاربوو، ئانکو ڕوودان دبیتە $\{3, 6\}$ ئانکو ئەگەرا ڕوودانێ دبیتە $33.33\% = 0.3333 \approx \frac{1}{3} = \frac{2}{6}$.

هەوڵبدە ئەگەرا دیاربوونا 1 یان ژمارەکا مەزنتر ژ 3 چەندە؟

هەردوو نموونێن چووین دوو ڕێکێن هەژمارتنا ئەگەران دەستنیشا ندکەن.

ڕێکا ئێکێ

ئەڤ ڕێکە یابەندە لسەر هەژمارتنا ئەگەرا ڕوودانەکێ ب ڕێکا دووبارەبوونا تاقیکرنێ (توێژین لسەر ژمارەکا گەلەک مەزن ژ نەخۆشێن پەنجەشێری هاتە ئەنجامدا) و تۆمارکرنا هەر ئەنجامەکێ (ساخبوون یان نە) ئەگەرا ڕوودانا (ساخبوون) ب ڤێ ڕێکێ دهێتە دیارکرن ب ئەنجامێن دووبارەبوونا تاقیکرنێ و دهێتە دەربرین ب کەرتەکێ کو سەرێ کەرتێ ژمارا وان حالەتێن ڕوودان هاتیە ئەنجامدان [ژمارا کەسێن ساخبووین] وژێرە هەموو حالەتان دنوینیت. دبێژنە ئەڤی جۆرێ ئەگەران ئەگەرا تاقیکرنەیی **Experimental Probability**

ڕێکا دوویێ

ئەڤ ڕێکە یا بەندە لسەر هەژمارتنا ئەگەرا ڕوودانا ڕوودانەکێ کو [دیاربوونا ژمارەکێ ژ چەند جارێن ژمارە 3] ب شێوێ تیۆری بێی ئەنجامدانا تاقیکرنێ [هەلدانا بەرکێ زارێ]، ئانکو بەری تاقیکرنێ. ودهێتە دیارکرن ب کەرتەکێ سەرێ وێ ژمارا ئەنجامێن دشیاندا (دوو ئەنجام 3 و 6) و ژێرێ کەرتێ دبیتە هەموو ئەنجام کو(6). دبێژنە ئەڤێ جۆرێ ئەگەرێ **ئەگەرا تیۆری Theoritical Probability**

بەرهنگاری دلداری گۆیەک ژ توێرکەکێ ڕاکێشا کو 4 گۆیێن سۆر و 7 گۆیێن شین تێدا هەبوون. ئەگەر چەندە ئەو گۆیا هاتیە ڕاکێشان یا شین بیت؟

بەرهنگاری دلداری گۆیەک ژ توێرکەکێ ڕاکشا کو 4 گۆیێن سۆر و 7 گۆیێن شین تێدا هەبوون، ژ ناڤ ڕوودانێن ڤێ تاقیکرنا هەڕەمەکی، ڕوودانەکا مسۆگەر بێژە.

ئەگەر

هەکە ئەم ڤەگەڕێینە تاقیکرنا زارەیێ:

- ئەم دشێین هەموو ڕوودانێن سادە دیاربکەین کو ئەڤەنە $A=\{1\}$ و $B=\{2\}$ و $C=\{3\}$ و $D=\{4\}$ و $E=\{5\}$ و $F=\{6\}$ ((ل بیرا تەبێت کو ڕوودانا سادە بتنێ ژ ئێك ئەنجامێ دشیاندا پێکدهێت.
- هەموو ئەڤ ڕوودانە د ئەگەرا ندا د یەکسانن.
- سەرجەمێ هەموو ئەگەرێن ڕوودانێن سادە یەکسانە 1 .

ئەگەر

ئەگەرا ڕوودانا A دهێتە نڤیسین $P(A)$ و دهێتە پیڤان ب ژمارەکا ڕاستی ل ناڤبەرا 0 و 1 و هەردوو دگەل ئانکو $0 \le P(A) \le 1$ هەکە A ڕوودانەکا ستەم بیت دێ $P(A)=0$.

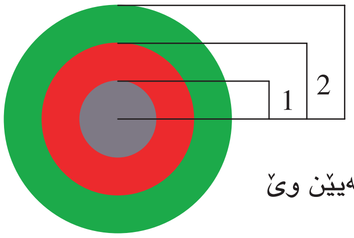
هەکە A ڕوودانەکا مسۆگەربیت دێ $P(A)=1$.

سەرجەمێ ئەگەرین هەموو ئەنجامێن دشیاندا دبیتە 1 .

نموونه 3

ئازادی تیرەك دانا تەختەكێ داریێ بازنەی وەكی ل بەرامبەر، بۆشایێ نموونێ بنڤیسە، ژمارا دانەیێن وێ چەندە؟ روودانا A وەسفبكە كو پێكهاتێن بازنا بچووك دنوێنیت. ژمارا دانەیێن وێ رووودانێ چەندە؟

شیكار

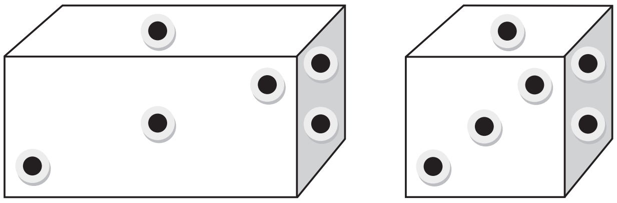


هەر خالەك ژ خالێن تەختێ داری دبیتە ئەنجامەكا دشیاندا

ژمارا دانەیێن بۆشایێ نموونێ نەیا دیاركریە.

روودانا A ژ هەموو خالێن بازنا بجووك پێكدهێت، و ژمارا دانەیێن وێ نەیا دیاركرییە.

دبێژن تاقیكرنا هەڕەمەكی خۆدان ئەنجامێن سنووردایە هەكە ژمارا ئەنجامێن وێ یێن دشیاندا ددیاركریبن. بۆشایێ نموونێ بۆ ڤی حالەتی ژ ژمارەكا سنووردایی یا دانان پێكدهێت.



نموونه 4

سامانی بەركێ زارەكێ هەلدا، وسەیرانا خویشكاوێ بەركێ زارەكێ هەلدا ب شێوێ روولاكێشە تەریبی بوو وەكی لسەری دیار. و هەر ئێك یا رەنووسكریبوو ژ 1 هەتا 6. ئەرێ گوهۆڕینا شێوێ بەركێ زاریێ دێ بۆشاییێ نموونێ گوهۆڕیت؟ ئەرێ ئەگەرێن وان ئەنجامێن دشیاندا دێ هێنە گۆهۆڕین.

شیكار

گوهۆڕینا شێوێ بەركێ زارا سەیرانێ هەلدای بۆشاییێ نموونێ ناگوهۆڕیت و ئەو دبیتە $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ، لێ ئەگەرێن هەموو ئەنجامێن د شیاندا دهێنە گۆهۆڕین. ل تاقیكرنا سامانی ئەنجام دیەكسانن چونكە رووبەرێ هەموو رووێن شەشپالوێ دیەكسانن. لێ ل تاقیكرنا سەیرانێ ئەگەرێن ئەنجامێن دشیاندا نەدیەكسانن. چونكی رووبەرێ رووێن لاكێشە تەریبێ د جیاوازن.

دبێژن تاقیكرنا هەڕەمەكی، یارێكە هەكە ئەگەرێن ئەنجامێن دشیاندا دیەكسان بن.

ئەگەرا تیۆری

هەكە تاقیكرنا هەڕەمەكی یا سنووردایی و رێك بوو، ئەگەرا روودانا (A) كو ئێكە ژ روودانێن تاقیكرنێ دێ بیتە ژمارەكا راستی.

$$P(A)=\frac{\text{ژمارا وان ئەنجامێن روودانێ پاسەداندكەن}}{\text{ژمارا هەموو ئەنجامێن دشیاندا}}$$

نموونە 5

مەروانی سیدییەكی كۆمپیوتەریٚ ژ عەلبەكیٚ ڕاكێشا كو (٢) سیدییێن سۆر و 4 شین و 3 زەر تێدا هەبوون. ئەگەر چەندە سیدیێ راكێشایی زەر بیت؟

شیكار

ئەڤ تاقیكرنا هەرڕەمەكی یا سنووردایە و رێكە، بۆشایێ نموونێ دبیتە: $\{R_1, R_2, B_1, B_2, B_3, B_4, Y_1, Y_2, Y_3\}$
كو R هێما رەنگێ سۆرە ، B هێما رەنگی شینە، Y هێما رەنگێ زەرە.

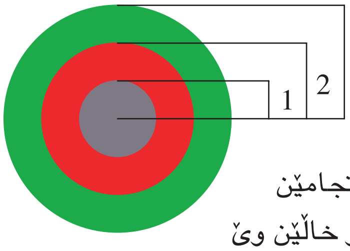
3 ئەنجام روودانێ پاسەداندكەن ژ ناڤبەرا وان ئەنجامێن دشیاندا. ژبەر ڤی چەندێ ئەگەرا راكێشانا سیدییەكی زەر دبیتە 3 ژ 9 یان $P(Y)=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

هەوڵبدە شێرزادی سیدییەكی كۆمپیوتەریٚ ژ عەلبەكیٚ راكێشا، كو 3 سیدیێن سۆر و 5 سیدییێن شین و 7 سیدییێن زەر تێداهەبوون، ئەگەر چەندە كە سیدیی راكێشایی شین بێت؟

چەوا ئەگەرێن روودانەكیٚ ل تاقیكرنا هەرڕەمەكی یانە سنووردای دێ هەژمێرین؟ بەرسڤدانا مە دێ بتنێ لسەر بارێن تاقیكرنێن هەرڕەمەكی یێن رێك بیت. بتنێ دوو جۆران ژ ڤان حالەتان دێ خوینین.

نموونە 6

فەیرۆزیٚ تیرەك هاڤێت و ل بازنەكا داری دا كو ب دیواریڤە یا هەلاویستی بوو. ئەریٚ ئەگەرا روودانا B چەندە كو تیر ل دەڤەرا كەسك كەفتبیت؟



شیكار

هەر خالەك ژ خالێن بازنا داری، ئەنجامەكا دشیاندا دنوێنیت.
وخالێن روودانا B پاسەداندكەن دبنە خاڵێن دەڤەرا كەسك،
چونكی ئەم نەشێین ژمارا ئەنجامێن دشیاندا و ژمارا ئەوان ئەنجامێن روودانێ ساخدكەن دیاربكەین، ڤێجا رووبەریٚ ئەویٚ دەڤەرا كو خاڵێن ویٚ روودانێ دنوێنیت [دەڤەرا كەسك]دیٚ دابەشكەین لسەر رووبەریٚ دەڤەرا خاڵێن ویٚ بۆشاییٚ نموونێ دنوێنین، ئانكو رووبەریٚ هەموو تەختێ بازنەی.

$$P(B)=\frac{\text{رووبەریٚ دەڤەرا كەسك}}{\text{رووبەریٚ هەموو دەڤەریٚ}}$$

$$P(B)=\frac{\pi(3)^2-\pi(2)^2}{\pi(3)^2}=\frac{5\pi}{9\pi}=\frac{5}{9}=0.556=55.6\%$$

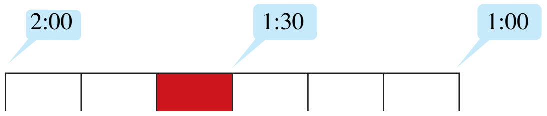
هەوڵبدە ئەگەر چەندە كو تیر ل دەڤەرا سۆر بكەڤیت.

نموونە 7

هەموو رۆژان كەمال ل ناڤبەرا دەمژمێر 1:00 و 2:00 پشتی نیڤرۆ بەریٚ خۆ ددەتە پۆستا خۆ یا ئەلێكترۆنیٚ. **ئەریٚ ئەگەرا روودانا E چەندە كو ئەوی كاری ئەنجامبدەت ل ناڤبەرا 1:30 و 1:40**: ؟

شیكار

بۆشاییٚ نموونێ پێكدهێت ژ هەموو ماوەیێن ل ناڤبەرا 1:00 و 2:00 و روودان دبیتە كۆمەلا ماوەیێن ل ناڤبەرا 1:30 و 1:40 بۆ هەژمارتنا ئەگەرا روودانا E ، دیٚ ماوەییٚ ل ناڤبەرا 1:00 و 2:00 دابەشكەین بۆ چەندە ماوەیێن درێژیا هەر ئێك ژ وان 10 خولەك (درێژیا ماوەیی ل ناڤبەرا 1:30 و 1:40).



ماوەیێ سۆر ڕوودانێ دنوێنیت، ڤێجا ئەگەرا ڕوودانێ دبیتە ماوەیەك ژ 6 ماوەیێن یەكسان. ئانكو.

$$P(E)=\frac{1}{6}\approx 0.167\approx 16.7\%$$

هەولبدە ئەگەر چەندە ئەو كارێ خۆ لناڤبەرا 1:30 و 1:35 ئەنجامبدەت؟

ئەگەرا روودانا تەواوكەر

نموونە 8

هەكە B روودانا دیاربوونا ژمارەكا نەمەزنتر ژ 2 بیت ل هەلدانا بەركێ زارەكێ، روودانا تەواوكەر $\overline{B}$ بنڤیسە و ئەگەرا وێ بهەژمێرە، پەیوەندی ل ناڤبەرا ئەگەرا روودانا B وئەگەرا روودانا تەواوكەر $\overline{B}$ چییە؟

شیكار

$$B=\{1, 2\} \quad \overline{B}=\{3, 4, 5, 6\}$$

$$P(B)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3} \quad P(\overline{B})=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$$

تێبینێ دكەین كو $P(B)+P(\overline{B})=\frac{1}{3}+\frac{2}{3}=\frac{3}{3}=1$ یان $P(\overline{B})=1-P(B)$.

ئەو ئەنجامێ ب دەستڤكەفتی ل نموونەیا بووری دەربارەی پەیوەندیا ل ناڤبەرا ئەگەرا روودانا B وئەگەرا روودانا تەواوكەر $\overline{B}$ براستی ئەنجامەكی گشتییە چێدبیت بهێتە بكارئینان ل هەر تاقیكرنەكا هەڕەمەكی.

نموونە 9

52 كاغەزێن هاوتا د سندوقەكێدا هەنە، 10 ژوان دسۆرن و̄ 12 شینن و̄ 14 سپینە و̄ 16 دكەسكن، سیروانێ كاغەزەك راكێشا و ڤەگەراند، پاشی كاغەزەكا دی راكێشا، ئەگەرا روودانا B كو كاغەزا ئێكێ یا شین بیت و روودانا O كو كاغەزا دووێ نەیا شین بیت چەندە؟

شیكار

بۆشایێ نموونێ پێكدهێت ژ 52 دانەیان، چونكی راكێشانا هەر كاغەزەكێ ئەنجامەكێ دشیاندا دنوێنت، روودانا B ژ 12 دانەیان پێكدهێت، چونكی هەر كاغەزەكا شین ئەنجامەكێ دنوێنیت و روودانێ ساخدكەت. $P(B)=\frac{12}{52}=\frac{3}{13}$

هەروەسا تو دشێی ئەگەرا روودانا O ب وێ رێكێ بهەژمێری، روودانا O ژ هەموو كاغەزێن سۆر و كەسك و سپی پێكدهێت: كو ژ 40 دانەیان پێكدهێت.

$$P(O)=\frac{40}{52}=\frac{10}{13}$$

لێ تو دشێی تێبینێ بكەی كو روودانا O دبیتە تەواوكەری روودانا B ودهێتە هەژمارتن ب ڤی شێوەی:

$$P(O)=1-P(B)=1-\frac{3}{13}=\frac{10}{13}$$

بەرهنگاری چ گوهۆڕین لسەر ئەنجامێ نموونەیا سەری دێ هێتە ئەنجامدان هەكە سیروانی كاغەزا ئێكێ نە ڤەگەڕاندە ناڤ سندۆقێ بەری راكێشانا كاغەزا دووێ؟

نموونە 10

فەرهادی بەرکێ زارەکا سەیر هەیە، یێ رەنووسکریە ژ 1 هەتا 6 و ئەگەرا دیاربوونا هەر ژمارەکێ ژبلی 1 یێ دبیتە ئەنجامێ لێکدانا ڤێ ژمارێ دگەل ئەگەرا دیاربوونا ژمارە 1.

ئەگەرا دیاربوونا هەر ئێك ژ هەر شەش ژماران چەندە؟

شیکار

ل دووڤ پێداییێن پرسیارێ ئەم دشێین ئەڤێن ل خوارێ بهەژمێرین.

$$P(6)=6P(1) \quad P(5)=5P(1) \quad P(4)=4P(1) \quad P(3)=3P(1) \quad P(2)=2P(1)$$

چونکی سەرجەمێ ئەگەرێن هەموو ئەنجامێن دشیاندا دبیتە 1 .

$$\begin{aligned} 1 &= P(1)+P(2)+p(3)+p(4)+P(5)+P(6) \\ &= P(1)+2P(1)+3P(1)+4P(1)+5P(1)+6P(1) \\ &= (1+2+3+4+5+6)P(1) \\ &= 21P(1) \end{aligned}$$

ڤێجا $P(1)=\frac{1}{21} \quad P(2)=\frac{2}{21} \quad P(3)=\frac{3}{21} \quad P(4)=\frac{4}{21} \quad P(5)=\frac{5}{21} \quad P(6)=\frac{6}{21}$

هەوڵبدە ئەگەرا دیاربوونا ژمارەکا خۆبەش ل تاقیکرنا نموونەیا لسەری چەندە؟

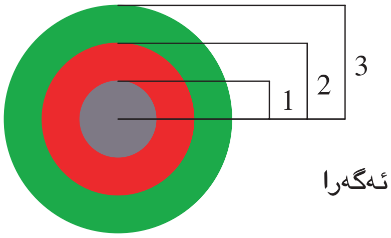
ڕاهێنان

بەردەوامبوون د بیرکارییێدا

1 ئەگەرا دەرنەچوونا نەبەز چەندە ل تاقیکرنا بیرکارییێ هەکە ئەگەرا دەرچوونا وی 90% بت؟

2 روونبکە چەوا رووبەران بۆ هەژمارتنا ئەگەران بکاردئینن.

ڕاهێنانێن ئاڕاستەکری



3 کارزانی گۆیەکا شووشەی ژ تویرکەکی راکێشا کو 5 گۆیێن شین و 3 سۆر و ئێك سپی تێدا هەنە، ئەگەر چەندە کو گۆیا راکێشای یا سۆربیت؟

4 لەیلایێ تیرەك دانا تەختەکی ب دیواریڤە هەلاویستی، ئەگەرا تیرە بکەڤیتە د دەڤەرا شیندا چەندە؟

5 دلشاد ڕۆژانە ل ناڤبەرا دەمژمێر حەفت و هەشتێ سپێدێ بەرێ خۆ ددەتە پۆستا خۆیا ئەلیکترۆنی، ئەگەر چەندە کو ڤی کاری ل ماوەیێ 7:30 و 7:45 ئەنجامبدەت؟

6 کۆمەلەکا خێرخوازیێ پلێت راکێشەنەکێ رێکدکەت بۆ دابینکرنا چالاکیێن خۆ. ئەو پلێت هاتبوونە رەنووسکرن ژ ژمارە 0000 هەتا ژمارە 9999 . ئەگەر چەندە ژمار پلێتا دەرچوویی ب ژمارە 3 دەستپێبکەت و ب دوماهیێك بهێت ب ژمارە 2 یان 1 ؟

راهێنان و بجهئینان

تویرکەکی 3 پلێتێن سپی و 2 رەش و 5 کەسك تێدا هەنە و هەموو د هاوتانە، رێباری پلێتەك راکێشا ئەگەر چییە ئەو پلێتەیە:

7 سپی بیت　**8** رەش بیت　**9** سۆر بیت

پاس ل ناڤبەرا دەمژمێر هەشت و هەشت و 5 خولەك ل سپێدێ دگەهتە ویستگەها نێزیکی مالا سامانی. ئەگەر چەندە هەڤالێ وی سواری پاسێ بیت هەکە ل ڤان دەمان گەهشتە ویستگەهێ.

10 8:04　**11** 8:02　**12** 8:01　**13** 8:03

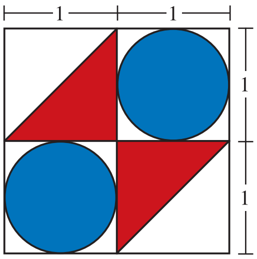
ئەندازە: سامی تیرەك دانا تەختەکێ داری وەکی ل شێوێ بەرامبەر. ئەگەرا هەر روودانەکێ بهەژمێرە.

14 تیرە بکە ڤیتە د دەڤەرەکا بازنەیدا.

15 تیرە بکە ڤیتە د سێگۆشەکا سۆردا

16 تیرە بکە ڤیتە د سێگۆشەکا سپیدا.

17 تیرە بکەڤیتە د دەڤەرەکا سپیدا.



بجهئینان

دیمۆگرافیا: خشتێ ل خوارێ ژمارا ئاکنجیان ژبلی زارۆکان ل باژێرەکی دیار دکەت، ل دووڤ ژیێ وان و رەگەزی.

ژێ	نێر	مێ
17 – 14	38	39
19 – 18	1 224	1 416
21 – 20	1 294	1 414
24 – 22	1 260	1 263
29 – 25	950	1 058
34 – 30	166	118
35 بەرەوژوور	559	1 824

کەسەك ب هەڕەمەکی هاتە هەلبژارتن، ئەگەر چەندە کو ژیێ وی کەسی دچەشنەکێ ژ ڤاندابیت.

18 42-18　**19** 29-25　**20** 43-30　**21** 30 بەرەوژوور

22 ئەگەرا هەر روودانەکێ بهەژمێرە ل دەمێ هەلدانا دوو بەرکێن زارێن رەنگ جودا.

أ هەردوو ژمارێن دیاربوویین دیەکسان بن.

ب سەرجەمێ هەردوو ژمارێن دیاربوویین 12 بیت.

ج ب کێماتی ژمارە 3 لە سەر روویەکی ژ هەر دوو رووان دیاربیت.

د سەرجەمێ هەردوو ژمارێن دیاربوویین ژ 5 کێمتربیت.

23 نۆینەرێ پۆلەکێ ژ ناڤبەرا 8 کچ و 12 کوڕان هاتە هەلبژارتن ئەگەر چەندە؟

أ ئەو نۆینەرە کوڕ بیت.

ب ئەو نۆینەرە کچ بیت

ج ئەو نۆینەرە کچ بیت هەکە دوو کوڕان وکچەکێ خۆ کاندید نەکرن؟

24 ل پرسیارا چوویی، کەنگی ئەگەرا نۆینەر کوڕبیت یان کچ بیت دێ یەکسان بن.

25 ل تاقیکرنەکا هەڕەمەکی سێ ئەنجامێن دشیاندا هەنە و ئەڤەنە A,B,C هەکە $P(A)=0.2$، $P(B)=0.5$، ئەوا $P(C)$ بینەدەر.

لێنێرینەك بۆ پاش

26 بۆشایێ نموونێ بۆ تاقیکرنا هەلدانا پارچە دراڤەکێ کانزای 3 جاران بنڤیسە. ڕوودانا A بنڤیسە کو دیاربوونا هەمان ڕووێ ل هەرسێ هەلدانان بنوێنیت.

27 ڤان ڕوودانان بنڤیسە ل تاقیکرنا هەلدانا دوو بەرکێن زارێن ڕەنگ جودا.

أ هەر دوو ژمارێن دیاربووین د یەکسان بن.

ب سەرجەمێ هەر دوو ژمارێن دیاربووین خۆبەش بیت.

ج سەرجەمێ هەردوو ژمارێن دیاربووین ژمارەکا جووتبیت و مەزنتربیت ژ 2 .

28 ئەرێ دناڤ ڕوودانێن پرسیارا 27 دا دوو ڕوودانێن جودا [جیا] هەنە؟ هەکە هەبن دیاربکە.

29 چەند دانە د تەواوکەرێ ڕوودانا A دا هەنە ل پرسیارا 26 .

لێنێرینەك بۆ پێش

30 ڤیانێ دوو گۆ پێکڤە ژ تویرکەکی ڕاکێشان، کو 5 گۆتێدا هەبوون 3 سۆر و 2 سپی. ئەگەر چەندە هەردوو گۆد سۆر بن؟

وانە
3

ئارمانج

- دروستکرنا هێلکارێ دارێ بۆ نواندنا بارەکی [حالەتەکی].
- بکارئینانا یاسایا بنچینەی یا هەژمارتنێ.

یاسایا بنچینەی یا هەژمارتنێ

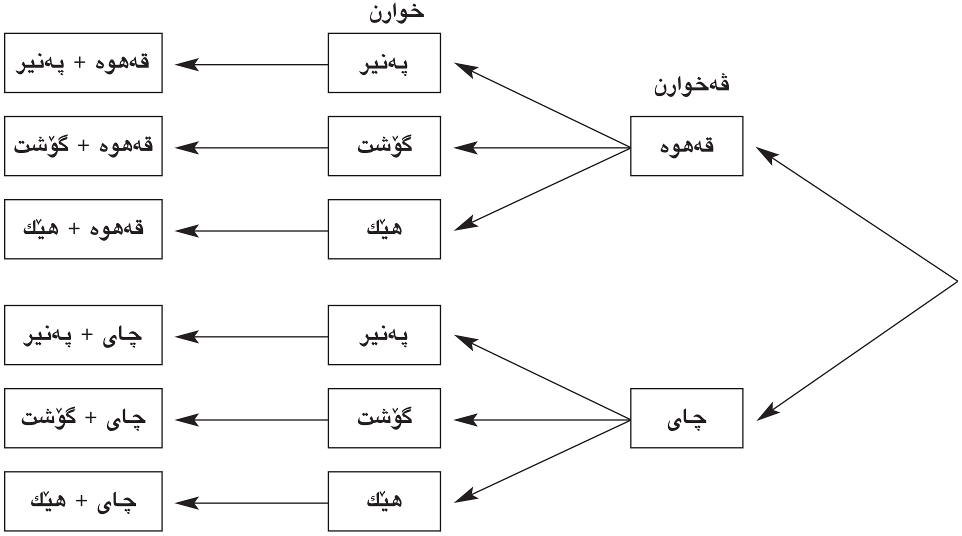
Fundamental Counting Principle

بۆچی گەلەك جاران مە پێتڤیاتی ب هندەك رێیان هەیە بۆ هەژمارتنا چەند ئەنجامان ل تاقیکرنێ.

ل وانەیا چوویی مەدیت کو هەژمارتنا ئەگەرا رووداناەکێ ژ رووداناێن تاقیکرنەکا سنووردای پێدڤی ب دیارکرنا هەموو ئەنجامێن تاقیکرنێ یێن دشیاندا و ژمارا وان ئەنجامێن دشیاندا کو رووداناێ ساخدکەن هەیە. ل ڤێ وانێ و ل وانەیا بهێت دێ فێری چەند رێکێن هەژمارتنێ بین کو هاریکاریا مە بکەن بۆ هەژمارتنا ئەوا مە بڤێت بهەژمێرین.

یاسایا بنچینەی یا هەژمارتنێ

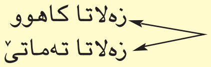
ئەو رێکا ئێکێ ئەم فێر دبینێ بکارئینانا هێلکارێ دارێیە، بۆ نموونە تێشتا سپێدێ ل هوتێلەکێ وەربگرە، هەر کەسەك دشێت چایێ یان قەهوێ هەلبژێریت ژ لایەکی و ژلایێ دی دشێت ژ سێ جۆرێن خوارنێ پەنیری یان گۆشتی یان هێکێ هەلبژێریت. هێلکارێ ل خوارێ هەموو رێکێن دشیاندا بۆ دیارکرنا دانەکێ خوارنێ دنوێنیت.


خوارن
ڤەخوارن
قەهوە
چای
پەنیر
گۆشت
هێك
پەنیر
گۆشت
هێك
قەهوە + پەنیر
قەهوە + گۆشت
قەهوە + هێك
چای + پەنیر
چای + گۆشت
چای + هێك

چالاکی

ڤەدیتنا هێلکارێ دارێ

خوارنگەهەك دوو جۆرێن خوارنێ بۆ مێڤانێن خۆ پێشکێشدکەت. هەر دانەکێ خوارنێ ژ ئامانەکا گۆشتی و ئامانەکا زەلاتێ پێکدهێت. هەر کەسەك دشێت زەلاتا کاهوو یان زەلاتا تەماتێ هەلبژیرت. هەروەسا دشێت ئێك ژ سێ جۆرێن خوارنێ هەلبژێریت گۆشتێ بژارتی یان گۆشتێ سۆرکری یان مریشك.



1. ل دەسپێکێ هێلکارێ دارێ وێنەبکە بۆ دیاکرنا هەردوو جورێن زەلاتێ وەکی ل بەرامبەر.
2. ژ هەردوو هەلبژارتنێن زەلاتێ دەستپێبکە هێلکارێ دارێ بکێشە بۆ هەلبژارتنا جۆرێ گۆشتی.
3. ئەو دانێن خوارنێ یێن دهێنە پێکئینان چینە؟ و ژمارا وان چەندە؟
4. خوارنگەهێ دڤێت پیڤازێ یان بیبەرا [فلفل] بژارتی بئێختە سەر گۆشتی.

ئاستێ سیێ بئێخە سەر هێلکارێ دارێ دا تو بشێی ژمارا وان دا نێن خوارنێ نهۆکە پێکدهێن بژمێری و ئەو ژمارە چەندە؟

خالەکا چاڤدێریێ ✓

هێلکارێ دارێ بۆ نموونا چووی بکێشە دەستپێکرن ب خوارنێ وەك هەلبژارتنا ئێکێ، ئەرێ ئەڤ گو هۆڕینە ل ڕێزکرنا هەردوو هەلبژارتنان دێ ئەنجامان گوهۆڕیت؟
ب دیتنا هێلکارێ دارێ ب ئاویەکی باش و زانینا چاوانیا دروستکرنا وی دبیتە ڕوونکرنا یاسایا بنچینەیا هەژمارتنێ.

یاسایا بنچینەی یا هەژمارتنێ

هەکە m ڕێکێن دشیاندا هەبوون بۆ ئەنجامدانا ڕووداننەکێ، n $\bar{9}$ ڕێکێن دشیاندا هەبوون بۆ ئەنجامدانا ڕووداننەکا دی، دێ mn ڕێکێن دشیاندا هەبن بۆ ئەنجامدانا هەردوو ڕووداننان پێکڤە.

نموونە 1

سامی دڤێت پەیڤەکا نهێنێ یاتایبەت بۆ خۆ هەلبژێریت دا بچیتە دناڤ ئەنتەرنێتێدا، ئەڤ پەیڤە ژ دوو پیتێن نڤیسینا پیتێن ئینگلیزی پێکدهێت و چار ڕەنووس ل دووڤرا دهێن، ئەرێ ئەو دشێت چەند پەیڤێن نهێنی پێکبینیت ب مەرجەکی نەشێت پیتا o و ژمارە 0 بکاربینت؟

شیکار

سامی دکارت پیتەکێ ژ ناڤ 25 پیتان و ڕەنووسەکێ ژ ناڤ 9 ڕەنووسان هەلبژێریت. هەکە یاسایا بنجینەیا هەژمارتنێ بکاربینت، دێ ئەڤا ل خوارێ بدەست مە کەڤیت:

پیتا ئێکێ		پیتا دوویێ		ڕەنووسێ ئێکێ		ڕەنووسێ دوویێ		ڕەنووسێ سێ		ڕەنووسێ چارێ
25	×	25	×	9	×	9	×	9	×	9

ژمارا پەیڤێن نهێنی دبیتە.

$$25^2 \times 9^4 = 4\ 100\ 625$$

نموونە

2 **تابلۆیێن ترۆمبێلان ژ سێ پیتان پێکدهێن و ل دووڤرا سێ رەنووس دهێن. ژمارا تابلۆیێن دشیاندا چەندە؟ ئەگەر چەندە کو پیتێن تابلۆیێ ترۆمبێلا تە ژ هەرسێ پیتێن دەستپیکا ناڤێ تەیێ سیێقۆلی بیت ب وێ رێککستنێ؟**

شیکار

دەست ب هەژمارتنا دانەیێن بۆشایێ نموونێ بکە.

پیتا ئێکێ		پیتا دووێ		پیتا سێ		رەنووسێ ئێکێ		رەنووسێ دووێ		رەنووسێ سێ
28	×	28	×	28	×	10	×	10	×	10

ژمارا تابلۆیێن دشیاندا دبیتە $28^3 \times 10^3 = 21\ 952\ 000$ تابلۆ.

پاشی ژمارا تابلۆیێن مەرجی ساخدکەن بهەژمێرە.

پیتا ئێکێ		پیتا دووێ		پیتا سێ		رەنووسێ ئێکێ		رەنووسێ دووێ		رەنووسێ سێ
1	×	1	×	1	×	10	×	10	×	10

ژمارا تابلۆنێن مەرجی ساخدکەن دبیتە $10^3 = 1000$.

بڤێ شێوەی ئەگەرا پیتێن پلێتا ترۆمبێلا تە کو ژ هەرسێ پیتێن دەستپێکا ناڤێ تەیێ سیێقۆلی بت ب وێ رێککستنێ دبیتە $\frac{1000}{21\ 952\ 000} = 0.000045$.

راهێـــــنـــــان

بەردەوامبوون د بیرکارییێدا

1 رِوونبکە چەوا هێلکارێ دارێ هاریکاریا تە دکەت بۆ تێگەهشتنا یاسای یا بنچینەیا هەژمارتنێ.

راهێنانێن ئاراستەکری

2 فەرهادی دڤێت پەیڤەکا نهێنی یا تایبەت بۆ خۆ هەلبژێریت دا بچیتە دناڤ ئەنتەرنێتێدا. ئەڤ پەیڤە ژ دوو پیتێن نڤیسینا ئینگلیزی پێکدهێت وسێ رەنووس ل دووڤرا، ئەرێ فەرهاد دکارت چەند پەیڤێن نهێنی پێکبینت ب مەرجەکێ ئەو نکارت پیتا o و رەنووسا 0 بکاربینت. هێلکارێ دارێ پێکبینە بۆ تۆمارکرنا هەموو چالاکیێن دەرەکی.

3 تۆمارکرنا هەر ئێك ژ چالاکیێن دەرەکی.

- **وەرزش** تەپاپێ، تەپا سەبەتێ تەپا سەرمێزێ.
- **هونەر:** مۆزێك، وێنە
- **یانە:** زانست، بیرکاری

رِاهێنان و بجهئینان

هیلکارێ دارێ دروستبکە بۆ دیارکرنا هەموو ئارەزۆیێن دشیاندا ل ناڤ مال و ژ دەرڤە.

4 ئارەزۆ:

- دناڤ مالدا، خواندن، بەرێ خودانا تلەفزیونێ، گۆهـێ خۆدانا مۆزیکێ.
- ژ دەرڤەی مال: غاردان، سەیران، یانە.

ژمارا پەیڤێن نهێنی یێن دشیاندا دیاربکە، بکارئینانا هەموو پیتێن نڤیسینا ئینگلیزی و هەموو رەنووسان بۆ هەر بارەکی:

5 دوو رەنووس و لدووڤرا سێ پیت پاشی رەنووسەك لدووڤرا.

6 سێ رەنووس، لدووڤرا دوو پیت، پاشی رەنووسەك لدووڤرا.

7 سێ پیت، لدووڤرا سێ رەنووس.

8 دوو پیت، لدووڤرا چار رەنووس.

9 **بەلاڤکرنا پەرتووکان:** هەر پەرتووکەکا هاتیە بەلاڤکرن ژمارەکا جیهانی هەلگرت دبێژنێ ISBN ئەڤ ژمارە ژ دەهـ رەنووسان پێکدهێت کو زانیاریێن پەرتووکێ وەکی زمانی پەرتووکێ و ناڤێ بەلاڤکەری. چەندە ژمارا رەنووسکرنێن دشیاندا؟

10 **ئەزموون:** ئەزموونا هەلبژارتن ژ چەند بەرسڤان، 15 پرسیار تێدا هەنە هەر پرسیارەکێ چار بەرسڤ هەنە. ژمارا هەموو بەرسڤێن دشیاندا بۆ هەموو پرسیاران چەندە؟

11 **ئاسایش:** پسپۆرەك ل بوارێ ئاسایشێ کار دکەت لسەر چێکرنا کلیلەکێ بۆ سیستەمەکێ ئاسایشێ، ئەڤ کلیلە سێ پیتان A, B ,C بکاردئینت و چێدبیت هەر پیتەك پتر ژ جارەکێ بهێتە بکارئینان. ئەڤی پسپوری دڤێت ئەگەرا سەرکەفتنا ڤەکرنا ڤێ کلیلێ کێمتر بیت ژ 0.001 ئەرێ کێمترین ژمارا پیتێن ڤێ کلیلێ چەندە؟

لێنێرینەك بۆ پاش

12 ل بێرا تەبیت کو پەرکێن یاریێ ژ 52 پەرکان پێکدهێن و ب یەکسانی دهێنە بەلاڤکرن لسەر شێوەیێن ♥ و ♦ و ♣ و ♠. دلدار کاغەزەك ژوان راکێشا. ژمارا ئەنجامێن دشیاندا چەندە؟ و وان ژمارا ئەنجامان چەندە کو روودانا (راکێشانا کاغەزا سۆر) ساخبکەن.

13 ئارامێ دوو کاغەز ئێك لدووڤ ئێك ژ پەرکێن یاریێ راکێشان. ئەگەر چەندە کو هەردوو کاغەز ♣ بن هەکە ئارام کاغەزەکێ ڤەگەرینیت. وتێکەلبکەت بەری راکێشانا یا دووێ.

14 ئارامی دیت کو کاغەزا ئێکێ ♠ بوو، کاغەزا دووێ راکێشا بێی یا ئێکێ ڤەگەرینیت، ئەگەر چەندە کو یا دووێ ♠ بیت.

لێنێرینەك بۆ پێش

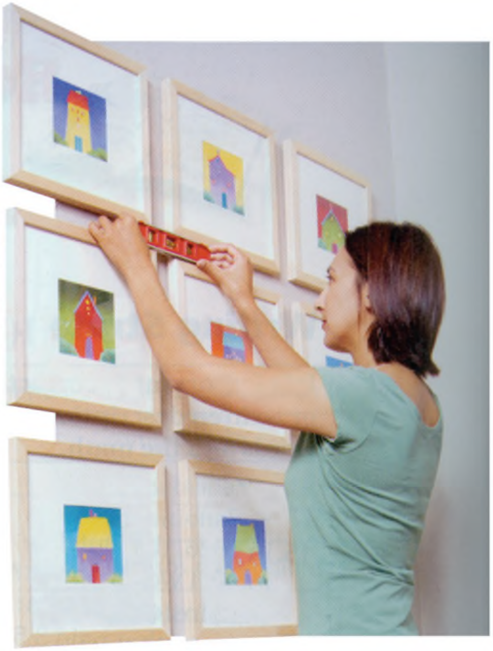
15 دوو کەس هاتنە هەلبژارتن ژ ناڤ 3 کچ و 4 کوڕان. ئەگەر چەندە ئەڤ هەردوو کەسە کوڕ بن؟

وانه

4

گوهۆڕین و ڕێزبەندی* و گۆنجین

Permutations, Arrangements and Combinations



بۆچی

گەلەك جاران بەحسێ ڕێكخستنا ژمارەكا دیاركری ژ دانەیێن كۆمەلەكێ دەكەن ب ڕێزكرن یان بێ ڕێزكرن.

ئارمانج

- نڤیسینا گوهۆڕینێن كۆمەلەكێ و دیاركرنا ژمارا وان.
- هەژمارتنا ژمارا گوهۆڕنێن r تشتان ژ ناڤبەرا n تشتان.
- هەژمارتنا ژمارا گونجینێن r تشتان ژ ناڤبەرا n تشتان.

ل وانەیا چوویی مەدیت چەوا یاسایا بنچینەیا هەژمارتنێ دهێتە بكارئینان بۆ دیاركرنا دانەیێن بۆشایێ نموونێ ، و ژمارا وان دانەیێن ڕوودانێ پێكدئینن. دڤێ وانێدا دێ فێری هندەك ڕێكێن دی بین بۆ هەژمارتنێ. دێ دەست ب پێناسەكا سادە و گرنگ كەین.

لێكدایێ n n Factorial

هەكە n ژمارەكا تەواوا مووجەب بیت، لێكدایێ n دبیتە ئەنجامێ لێكدانا ژمارێن تەواو ژ 1 هەتا n و زانایێن بیركاریێ ئەڤ پێناسە بەرفرەهكرن هەتا حالەتێ $n=0$ بخۆڤەبگریت دا بزانن كو $0!=1$.

$$n!=\begin{cases}1\times 2\times \ldots \times n & : \; n>0\\ 1 & : \; n=0\end{cases}$$

كو n ژمارەكا نەیا سالب بیت.

گوهوڕین

گوهۆڕین ڕێكخستنا ژمارەكا تشتانە ب ڕێزكرنەكا دیاركری.

نموونە ①

هەموو گوهۆڕینێن ڤان تشتان بكێشە ☆، ○، □.

شیكار

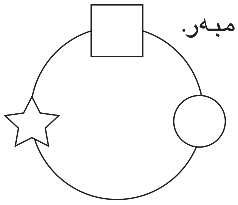
□ ○ ☆   ☆ □ ○   ○ ☆ □

○ □ ☆   □ ☆ ○   ☆ ○ □

---

* ڕێزبەندی= تراتیب

تو دکاری تشتان لسەر راستەهێلەکێ رێکبێخی وەکی ل نموونەیا پێشیێ،
و هەروەسا تو دکاری لسەر بازنەکێ رێکبێخی وەکی ل وێنەیێ بەرامبەر.



نموونە 2

شیکارکرنا پرسیاران

چێکرنا لیستەکا رێك: خشتێ ل خوارێ هەموو گۆهۆرینێن دشیاندا دیاردکەت بۆ پیتێن لاتینی D، C، B، A. **تو چەوا دکاری یاسایا بنچینەیا هەژمارتنێ بکاربینی بۆ دەرئینانا ژمارا ڤان گوهۆڕینان؟**

ABCD	BACD	CABD	DABC
ABDC	BADC	CADB	DACB
ACBD	BCAD	CBAD	DBAC
ACDB	BCDA	CBDA	DBCA
ADBC	BDAC	CDAB	DCAB
ADCB	BDCA	CDBA	DCBA

شیکار

تو دکاری ژمارا ڤان گوهۆڕینان دیاربکەی بکارئینانا یاسایا بنچینەیا هەژمارتنێ هەر وەك ل خوارێ.

یادشیاندایە پیتا
ئێکێ ژ ناڤ 4
هەلبژێری

یا دشیاندایە پیتا
دووێ ژ ناڤ 3
هەلبژێری

یا دشیاندایە پیتا
سێ ژ ناڤ 2
هەلبژێری

یا دشیاندایە پیتا
چارێ ژ ناڤ 1
هەلبژێری

ڤێجا ژمارا هەموو گوهۆڕینان دبیتە: $4\times3\times2\times1=4!=24$

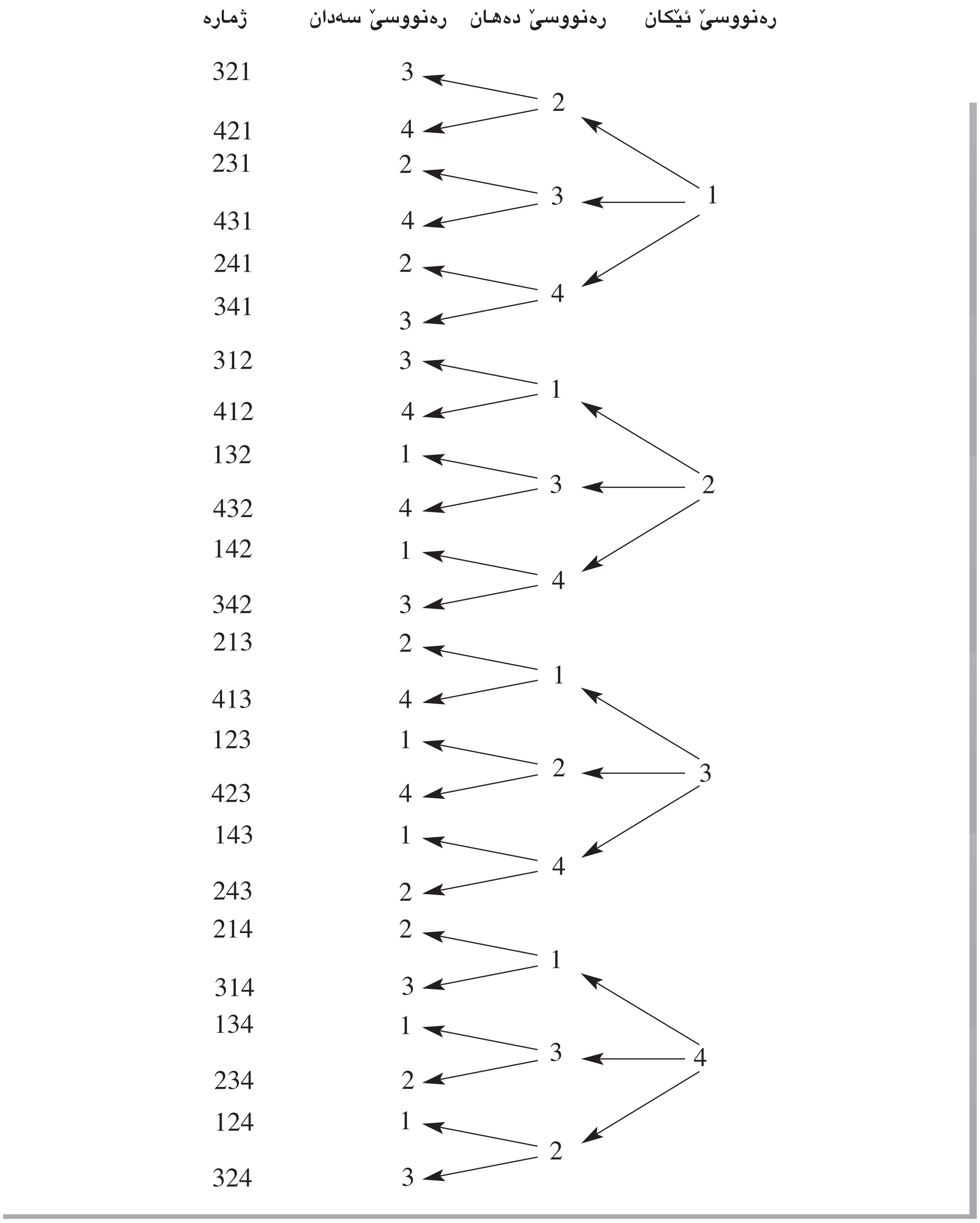
ڕێزبەندی

نموونە 3

چەند ژمارێن سێ رەنووسی تو دشێی بنڤیسێ بکارئینانا رەنووسێن 1، 2، 3، 4، بێی دووباربوون، ڤان ژماران بنڤیسە.

شیکار

هێلکارێ دارێ بکاربینە، ل بەرپەرێ ل دووڤرا هێلکارێ دارێ هەموو هەلبژارتنێن دشیاندا دیاردکەت، بۆ هەلبژارتنا رەنووسێ ئێکان، پاشی رەنووسێ دەهان، پاشی رەنووسێ سەدان. هەر وەسا ئەو ژمارا دیاردبیت بۆ هەر بارەکی (حالەتەکی).


رەنووسێ ئێکان
رەنووسێ دەهان
رەنووسێ سەدان
ژمارە
321
421
231
431
241
341
312
412
132
432
142
342
213
413
123
423
143
243
214
314
134
234
124
324

ئەوا ل نموونەیا چوویێ هاتیە ئەنجامدان رامانا وێ ئەوە تە 3 رەنووس رێکخستن ژ 4 رەنووسێن بنەرەتی، و **ئەوا** ب دەست تەکەفتی دبێژنێ **رێزبەندیا** 3 تشتان ژ ناڤ 4 تشتان.

بۆ دیارکرنا ژمارا ڤان رێزبەندیان، یاسایا بنچینەیا هەژمارتنێ بکاربینە:

یا دشیاندایە رەنوسێ ئێکێ ژ ناڤ 4 هەلبژێری	×	یا دشیاندایە رەنوسێ دووێ ژ ناڤ 3 هەلبژێری	×	یا دشیاندایە رەنووسێ سێ ژناڤ 2 هەلبژێری
4		3		2

و ب ڤی شێوەی ژمارا رێزبەندیان دێ بیتە $24 = 2 \times 3 \times 4$.

هەوڵبدە تو دکاری چەند ژمارێن 4 رەنووسی چێبکەی بکارئینانا رەنووسێن 1، 2، 3، 4، 5 بێی دووبارببوون؟

نموونه 4

بابێ هەواری 10 سیدیێن مۆزیکێ کرنه دیاری بو کۆڕێ خۆ. هەواری دڤیا گۆهێ خۆبدەته سێیان ژوان ئێك ل دووڤ ئێکێ.

ئەرێ هەواری چەند هەلبژارتن هەنە؟

شیکار

هەوار دشێت سیدیێ ئێکێ ژ ناڤ 10 سیدییان هەلبژیریت.

ویێ دووی ژ ناڤ 9 سیدییان، ویێ سێ ژ ناڤ 8 سیدییان.

ڤێجا هەکە یاسایا بنچینەیا هەژمارتنێ بکاربینت

ڕێکێن هەلبژارتنێ دێ بنه $10 \times 9 \times 8 = 720$

هەوڵبده مەروانی پێنج چیرۆك کڕین دا سێیان ژ وان ل بهێنڤەدانا هاڤینێ بخوینت. ئەرێ مەروانی چەند ڕێکێن هەلبژارتنێ هەنە؟

ڕێزبەندیا r تشتان ژ ناڤ n تشتان

ژمارا ڕێزبەندییێن r تشتان ژ ناڤ n دەمێ $r \le n$ دبیته

$P^n{}_r = \frac{n!}{(n-r)!}$ دەمێ $r \le n$ و دبێژنێ گۆهۆڕین.

نموونه 5

سەلمایێ دڤێت 4 پەرتووکان بئێخته دناڤ پەرتووکخانا خۆدا کو ژ (١٥) ڕەفکان پێکهاتییه ب مەرجەکی پتر ژ ئێك پەرتووکێ ناهێته دانان لسەر هەر ڕەفکەکی. **ئەرێ چەند هەلبژارتن ل پێش هەنە؟**

شیکار

پرسیار دبیته ڕێکخستنا 4 ڕەفکان ژ ناڤ 10ڕەفکان. سەلما ڕەفکا ئێکی ژ ناڤ 10 ڕەفکان هەلدبژێریت، ویا دووێ ژ 9 ویا سێ ژ 8 ، ویا چارێ ژ 7 . ب ڤێ ڕێکی ژمارا هەلبژارتنان دبیته:

$10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5040$

هەوڵبده دلشاد 5 گۆیێن ڕەنگ جودا هەنە و دڤێت لسەر 8 سندۆقێن ڕەنووسکری بەڵاڤبکەت ب مەرجەکی کو پتر ژ ئێکێ نە ئێخته دناڤ هەر سندۆقەکێدا، **ئەرێ دلشادی چەند هەلبژارتن هەنە؟**

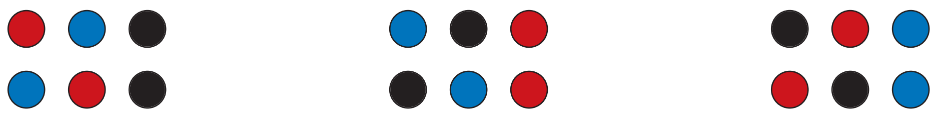
گوهۆڕینێن بازنەی

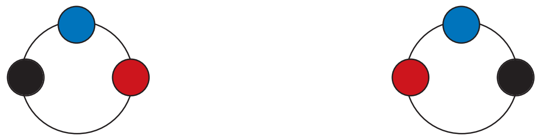
نموونه 6

ل باخچێ لەیلایێ 3 کورسی هەنە: شین و سۆر و کەسك. لەیلای دڤێت ڤان کورسیان ل دۆر مێزەکا بازنەی ڕێکبێخت. **ئەرێ هەلبژارتنێن لەیلای چنه؟ و ژمارا وان چەنده؟**

شیکار

هەکە تو بەرێ خۆ بدەیه گوهۆڕینێن هێلی بۆ هەرسێ کورسیان دێ ئەڤێن ل خوارێ بینی:





بەرێ خو بدە هەرسێ گوهۆڕینێن هیلەی ل رێزا ئێکێ (شین، سۆر، رەشە) ئێك گوهۆڕینا بازنەی پێکدئینن. و گوهۆڕینا هیلەی ل رێزا دووێ (شین، رەش، سۆر) ئێك گوهۆڕینا بازنەی پێکدئینن، ڤێجا لەیلایێ دوو رێکێن هەلبژارتنێ هەنە بۆ دانانا کورسییان ل دۆر مێزێ.

هەولبدە ژمارا هەلبژارتنان چەندە بۆ رێزکرنا 4 جۆرێن زەلاتێ دئامانەکا بازنەییدا.

گوهۆرینێن بازنەی

ژمارا گۆهۆڕینێن بازنەی بۆ n تشتان دبیتە $(n-1)!$.

گۆنجین

مەدیت کو گۆهۆڕین دبیتە رێکخستنا r تشتان ژ بنچینەیێ n ب رێزکرنەکا دیارکری.

هەکە رێزکرن د رێککستنەکێدا نەیا گرنگ بوو دبێژنێ **گونجین**، گونجینا r تشتان ژ ناڤ n تشتان، کو $n \geq r$ ب سادەی دبیتە کۆمەڵەك ژ $\boldsymbol{r}$ تشتان ژ ناڤ $\boldsymbol{n}$ تشتان:

هەکە تە ئەڤ ژمارە هەبن: 1، 2، 3، 4، 5، دانەیێن 2، 3، 5 گۆنجینی 3 دانە ژ بنجینێ 5 پێکدئینن.

بەرێ خۆبدێ کو 2 ، 3، 5، هەمان گونجین پێکدهێت ب بەرۆڤاژیا ئەوا ل گوهۆڕینێ روودەدەت.

نموونە

7

جێبەجێکردن

وەرزش

ئەندامێن یانەیەکا وەرزشێ ب هەلبژارتنەکا نهێنێ لێژنەیەکا کارگێڕی دروستدکەت، ژ سەرۆك و جێگری سەرۆکی و ڕاگر و بەرپرسێ دارای و بەرپرسێ پەیوەندیان، ژ ناڤ 7 پالێوراوان. **ژمارا پێکهاتێن دشیاندا چەندە؟**

شیکار

بۆ هەژمارتنا ژمارا پێکهاتێن دشیاندا دێ بینین کو:

ئەم دشێین سەرۆکی هەلبژێرین ژ ناڤ		ئەم دشێین جێگرێ سەرۆکێ هەلبژین ژ ناڤ		ئەم دشێین راگری هەلبژیرین ژ ناڤ		ئەم دشێین بەرپرسێ دارای هەلبژێرین ژ ناڤ 4		ئەم دشێین بەرپرسێ پەیوەندیا هەلبژێرین ژ ناڤ
7	×	6	×	5	×	4	×	3

ب ڤێ شێوەی ژمارا پێکهاتێن دشیاندا دبیتە $7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 = \frac{7!}{(7-5)!} = 2520$

نموونە 8

شیکارکرنا پرسیاران

یانەیا وەرزشێ رێکا هەلبژارتنا دەستەکا کارگێرییێ گۆهارت، پێدڤییە لسەر ئەندامان 5 پالێوراوان ژ 7 هەلبژێریت بۆ پێکهاتەیا دەستەیا کارگێرییێ بێی دیارکرنا کارێ وان، کو ئەو دێ کارێ ل ناڤبەرا خۆ دابەشکەن.

أ ژمارا رێکێن دابەشکرنا کاری ل ناڤبەرا هەر پێنج ئەندامان چەندە؟

ب ژمارا لێژنێن کارگێری چەندە کو ئەندام دشێن هەلبژێرن ب رێکا هەلبژارتنا نوو.

شیکار

أ ژمارا وان رێکێن کو پێنج ئەندام دشێن دناڤ خۆدا، کارێ خۆیێ دابەشبکەن دبیتە گوهۆڕینا کۆمەلەکا 5 دانەی. $5!=1\times2\times3\times4\times5=120$

ب بۆ هەژمارتنا ژمارا لێژنێن کارگێری کو یا دشیاندایە ئەندام هەلبژێرن ب رێکا هەلبژارتنا نوو. بەرێ خۆ بدێ کو هەر لێژنەکا هەلبژارتی کۆمەڵەکا 5 ئەندامە ژ ناڤ 7 . ژلایەکی دی هەر لێژنەکا هەلبژارتی 120 رێکخستنان پێکدئینت بۆ دەستەیا کارگێری:

ژمارا رێکخستنێن دشیاندا دبیتە ژمارا گوهۆڕینێن 5 تشتان ژ ناڤ7 ئانکو $= 2520$

هەکە یاسایا بنچینەیا هەژمارتنێ هاتە بکارئینان دی بینین کو ژمارا رێکخستنان $\frac{7!}{(7-5)!} =$

ژمارا لێژنێن هەلبژارتی × ژمارا گوهۆڕینا هەر لێژنەکێ [دەستەکێ]

$2520 =$ ژمارا لێژنین هەلبژارتی× 120

ژمارا لێژنێن دشیاندا بهێتە هەلبژارتن دبیتە $21 = \frac{2520}{120}$

چالاکی

بەراوردی ل ناڤبەرا رێزبەندیان و گونجینان

یانەیەکێ یاریەك بۆ ئەندامێن خۆ رێکخست ب ڤی شێوەی.

- یاریزان 3 رەنووسان ژ دەهـ رەنووسان (0 هەتا 9) هەلدبژێریت و لسەر تەختێ دنڤیسیت.
- یاریزان 3 گۆیان ژ تویرکەکی نەروون دکێشت کو گۆیێن رەنووسکری ژ (0 هەتا 9) تێدا هەنە وئێك ل دووڤ ئێکێ.
- دا یاریزان ببەت، دڤێت ئەو وان رەنووسێن لسەر تەختێ هاتینە نڤیسین ب هەمان رێکخستن رابکێشت.

خالەکا چاڤدێرییێ ✓

1. هێوای رەنووسێن 8 – 4 – 1 هەلبژارتن ئێك ل دووڤ ئێکێ. ئەو ئەنجامە چنە، کو ئەوی بەرەڤ برنێ دبەن؟
2. رێکخەرێ یاریێ رێسایێن یاریێ گۆهارتن، ومەرجێ برنا یاریزانی دڤێت ئەو هەرسێ رەنووسان رابکێشیت ب هەر رێکخستنەکێ بیت، هێوای یاریا خۆ دووبارەکر هەمان رەنووسێن بەرێ ب دەست خۆڤە ئانین. ئەو ئەنجامە چنە کو ئەوی بەرەڤ برنێ دبەن؟
3. کیژ ژ هەر دوو یاریان پتر دەرفەتا برنێ تێدا هەیە؟ یا ئێکێ یان یا دوویێ؟ ئەڤێ روونبکە.

تو دکاری گۆهێ خۆ بدەیە دوو شەریتێن مۆزیکێ ئێك لدویڤ ئێکێ ژ ناڤ 5 شەریتان ب رێکێن جودا، ژماراوان دبیتە $4 \times 5 = 20$ رێك. هەکە تە بڤێت ژمارا رێکێن دشیاندا بهەژمێری بۆ کڕینا دوو شەریتێن مۆزیکێ ژ 5 شەریتان، رێزەبەندیێ روول نینە، رێزبەندیێ ل کڕینا شەریتەکێ محمد عبدالوهاب و شەریتەکێ أ ئوم کەلتوم کارتێکرن نینە، چونکی لیستا ژمێریاریێ هەردوو شەریت پێکڤە تێدا هەنە. بۆ دیارکرنا ژمارا رێکێن کڕینا دوو شەریتان ژ بنچینەیێ 5 . ژمارا رێزکرنێن دوو شەریتان ژ 5 دابەشبکە لسەر 2 ، چونکی هەر شەریتەك دوو جاران دهێتە هەژمارتن، ئەڤ ژمارە دبیتە $\frac{4\times5}{2} = 10$

گونجینێن r تشتان ژ بنچینەیێ n

ژمارا گونجینێن r تشتان ژ ناڤ n ، کو $r \leq n$،دبیتە $C^n_r = \frac{n!}{r! \times (n-r)!}$

بەرێ خۆ بدێ کو ژمارا گۆنجینێن r تشتان ژ ناڤ n یەکسانە ب ئەنجامێ دابەشکرنا ژمارا ریزکرنا r تشتان ژ ناڤ n لسەر ژمارا گۆهۆڕینێن r تشتان: $C^n_r = \frac{P^n_r}{r!}$

نموونە 9

جێبەجێکردن

بازرگانی

دلشادی دڤێت 3 پەرداخان ژ ناڤ 5 پەرداخێن شەربەتێ هەلبژێریت: لەیموون، سێڤ، تری، مۆز، ئەنانەس. **ژمارا هەموو هەلبژارتنین دشیاندە چەندە؟**

شیکار

دلشاد دشێت پەرداخا ئێکێ ژ ناڤ 5 پەرداخان هەلبژێریت و پەرداخا دووێ ژ ناڤ 4 پەرداخان، یا سیێ ژ ناڤ 3 پەرداخان هەلبژێریت لێ هەلبژارتنا شەربەتا مۆزێ و شەربەتا تری نەیا جیاوازە ژ هەلبژارتنا شەربەتا مۆزێ و شەربەتا تری و شەربەتا لەیموونێ. ئانکو ئەو رێزکرنا دلشاد بکاردئینیت بۆ هەلبژارتنا پەرداخان هیچ روولەك د پرسیارێدا نینە، ڤێجا هەلبژارتنێن لپێش دلشاد دبنە دابەشکرنا ژمارا رێزکرنێن 3 ژ 5 لسەر ژمارا گوهۆڕینێن 3 تشتان. ئانکو.

$$\frac{5!}{(5-3)!} \div 3! = \frac{5!}{3! \times 2!} = 10$$

هەولبدە ژمارا هەلبژارتنان چەندە هەکە دلشادی بڤێت 4 پەرداخان هەلبژێرت؟

هزرکرنەکا رەخنەگر کیژ وان پترە؟ ژمارا گوهۆڕینێن 3 ژ 5 یان ژمارا گۆنجینێن 3 ژ 5؟

ل هەردوو نموونێن چوویی بۆ مە دیاردبیت کو پەیوەندییەك هەیە ل ناڤبەرا ژمارا گوهۆڕینێن r تشتان ژ ناڤ n ، و ژمارا گونجینێن r تشتان ژ ناڤ n .

پەیوەندی ل ناڤبەرا گو هۆڕینان و گۆنجینان

ژمارا گوهۆڕینێن r تشتان ژ n = (ژمارا گونجینین r تشتان ژ n)× ژمارا رێزبەندیێن r.

گەلەك جاران ل شیکارکرنا پرسیارەکێ پێدڤی ب شێوازێ گونجای هەیە: گوهۆڕین یان گونجین.

نموونه 10

شێوازێ گونجای هەلبژێره، پاشی ژمارێ بینەدەر.

أ چەندرێ هەنە بۆ هەلبژارتنا سەرۆك، و جێگر، وراگری ژ ناڤ 5 پالێوراوان.

ب چەند رێ هەنە بۆ پێكئینانا لیژنەكا 3 كەسی ژ 5 پالێوراوان؟

شیكار

أ شێواز ل ڤێدەرێ دبیتە شێوازێ رێزبەندییێ، چونكی كەسەك دڤێت بۆ سەرۆكاتییێ، وئێكی دی بۆ جێگرییێ ویێ سییێ بۆ ڕاگرییێ. ژمارا رێكخستنان دبیتە $\frac{5!}{(5-3)!}=5\times4\times3=60$

ب شێواز ل ڤێدەرێ دبیتە شێوازێ گونجینێ، چونكی داخوازی هەلبژارتنا كۆمەلەكا سێ كەسییە.
ژمارا رێكخستنان دبیتە: $C^5{}_3=\frac{5!}{3!\times(5-3)!}=\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$

هەولبدە چەند رێ هەنە بۆ هەلبژارتنا لێژنەكا 2 كەسی ژ ناڤ 7 كەسان؟ چەند رێ هەنە بۆ هەلبژارتنا سەرۆك و جێگرێ ژ ناڤ ئەندامێن لێژنەكا 7 كەسی؟

بكارئینانا گونجینێ بۆ هەژمارتنا ئەگەران.

نموونه 11

لەیلایێ دوو گۆ ژ توێركەكی راكێشان كو (5) گۆیێن سۆر و (3) گۆیێن شین تێدانە.

ئەگەر چەندە كو هەردوو گۆ دسۆر بن؟

شیكار

ئەڤ ئەگەرە یەكسانە ب رێژا ژمارا ئەنجامێن كو هەردوو گۆ دسۆربن لسەر ژمارا هەموو ئەنجامێن دشیاندا. ژمارا ئێكێ دبیتە گونجینا 2 ژ 5. و ژمارا دووێ دبیتە گۆنجینا 2 ژ 8 (8 ژمارا هەموو گۆیانە).

ژمارا ئێكێ $C^5{}_2=\frac{5\times4}{2\times1}=10$ ژمارا دووێ $C^8{}_2=\frac{8\times7}{2\times1}=28$

ڤێجا، ئەگەرا كو ئەو هەردوو گۆیە دسۆربن دبیتە $\frac{10}{28}\approx0.3\,571=35.71\%$

هەولبدە ئەگەر چەندە كو ئەو هەر دوو گۆیە ژ دوو رەنگێن جیاوازبن [جودابن].

راهێنان

بەردەوامبوون د بیرکاریێدا

1 روونبکە چەوا یاسایا بنچینە یا هەژمارتنێ یا هاریکارە بۆ دیارکرنا ژمارا گوهۆڕینێن چار تشتان.

2 روونبکە چەوا یاسایا بنچینەی یا هەژمارتنێ یا هاریکارە بۆ دیارکرنا ژمارا ریزبەندیا چار تشتان ژ بنچینەیێ 5 تشتان.

3 جیاوازیا ل ناڤبەرا ریزبەندیان و گوهۆڕینان روونبکە، نموونەیەکێ بۆ پشتراستکرنا روونکرنا خۆ بینە.

راهێنانێن ئاراستەکری

4 تو دکاری چەند ژماران بنڤیسی بکارئینانا شەش رەنووسان، ژبلی 0، ، بێی دووبارەکرن؟

5 ژمارا هەلبژارتنان چەندە بۆ دیتنا 3 شەریتێن ڤیدیۆییێ ئێك ل دووڤ ئێکی ژ بنچینەیێ 7 ؟

6 ژمارا هەلبژارتنان چەندە بۆ روینشتنا 12 کەسان لدۆر مێزەکا بازنەیی بۆ خوارنا شیڤێ؟

7 ژمارا رێیان چەندە بۆ هەلبژارتنا سەرۆك و جێکر و راگری ژ ئەندامێن لیژنەکا 6 کەسی؟

8 ژمارا رێکان چەندە بۆ کڕینا 3 پەرتووکان و 4 شەریتێن مۆزیکێ (سیدی) ژ پەرتووکخانەکێ کو 9 پەرتووك و 7 شەریتێن مۆزیکی تێدا هەنە؟

9 ل ڕاپرسینەکێ لسەر رێکخستنا هاتوچوونێ ل جادەکا بازێری، 10 کەس هاتنە هەلبژارتن کو جادە ل هەردوو لایان یا ڤەکریبیت، و 8 کەس هاتنە هەلبژارتن کو جادە ل لایەکی یا ڤەکریبیت. پشتی راپرسینێ دوو کەس هاتنە هەلبژارتن ژ وان کەسێن دەنگ داین. ئەگەر چەندە کو ئەو هەردوو کەس دگەل ڤەکرنا هەردوو لایێن جادێ بن؟

بهەژمێرە

10 $7!-5!$

11 $6!-4!$

12 $(7-5)!$

13 $(6-4)!$

14 $\frac{8!}{5!\times 3!}$

15 P_4^{10}

16 P_5^{10}

17 P_2^{7}

18 C_4^{7}

19 C_4^{8}

20 C_7^{10}

21 C_5^{9}

راهێنان و بجهئینان

سارایێ 8 پلێتێن رەنووسکری هەنە ژ 1 هەتا 8 . ل هەر پرسیارەکێ سارا دشێت چەند ژماران بنڤیسیت بکارئینانا وان پلێتان.

22 ژ 5 رەنووسان

23 ژ 3 رەنووسان

24 ژ 4 رەنووسان

25 ژ 6 رەنووسان

26 ژ ئێك رەنووسی

27 ژ 8 رەنووسان

ژمارا وان لیژنێن دشیاندا بهێنە هەژمارتن چەندە؟

28 3 ئەندام ژ بنچینەیێ 5 پالێوراوان

29 7 ئەندام ژ بنچینەیێ 8 پالێوراوان

30 8 ئەندام ژ بنچینەیێ 12 پالێوراوان

31 6 ئەندام ژ بنچیەیێ 10 پالێوراوان

کارگێریا داموو دەزگەهان: **کۆمپانیەکێ پێشوازیا 8 فەرمانبەرێن نوو کر. ژمارا هەلبژارتنان بۆ دابەشکرنا وان لسەر پۆستێن ڤاڵا ل هەر بارەکی (حالەتەکی) چەندە؟**

32 8 پۆست

33 9 پۆست

34 10 پۆست

35 15 پۆست

تویرکەکی تاری 5 گۆیێن سپی و 3 گۆیێن کەسك تێدا هەنە. ئەگەر چەندە کو ئەڤە پێکڤە بهێنە راکێشان.

36 دوو گۆیێن رەنگ جیاواز

37 3 گۆ، دوو ژ وان سپی و یاسێ یا کەسك بیت.

38 4 گۆ، دوو ژوان سپی و دوو دکەسك بن.

39 6 گۆ، 3 ژوان دکەسك بن.

40 خودانێ فرۆشگەهەکا بەرچاڤکان دڤێت 7 بەرچاڤکێن جیاواز لسەر بنکەکا بازنەی رێزبکەت، ئەرێ چەند هەلبژارتن هەنە بۆ رێزکرنا وان؟

41 کۆمپانیەکێ دڤێت هەر فەرمانبەرەکی خۆ ب ژمارەکێ دەستنیشانبکەت کو ژ 4 رەنووسان پێکهاتبیت؟ ژمارا رێکێن دشیاندا چەندە. هەکە بشێت دەه رەنووسان بکاربینت ژ 0 هەتا 9 و دووبارەبوون هەبیت؟ وژمارا وان چەندە هەکە دووبارەبوون نەبیت؟

42 مستەفای دڤێت دۆلابەکا میلدار دروستبکەت ژمارە ژ 1 هەتا 3 لسەر بن، مستەفای دۆلاب کرە ٣ بەشێن یەکسان. ب چەند رێیان ئەو دشێت هەرسێ رەنووسان بنڤیست:

شیوازی دیاربکە بۆ هەر بارەکی ژ پرسیارا 43–46 .

43 هەلبژارتنا 4 پەرتووکان بۆ بەلاڤکرنێ ژ بنچینەیێ 302 پەرتووکان.

44 هەلبژارتنا 9 یاریزانان ژ بنچینەیێ 15 یارێزانان بۆ دروستکرنا تیپا تەپا سەبەتێ.

45 هەلبژارتنا چار پالێوراوان ژ بنجینەیێ 200 بۆ وەرگرتنا خەلاتان ژ 100 هزار دیناران و 200 هزار دیناران و 500 هزار دیناران و مەلیۆنەکا دیناران.

46 هەلبژارتنا سەرۆك و جێگری بۆ سەندیکایەکا 100 ئەندامی.

لێنێرینەك بۆ پاش

47 سندوقەكێ 20 پەرتووك تێدا هەنە 14 ژوان لسەر بابەتێ ئابوورێنە و 6 ژوان لسەر بابەتێ جوگرافییێنە. دوو پەرتووك ب شێوەیەكێ هەڕەمەكی راكێشان.

ژمارا دانەیێن بۆشایێ نموونێ چەندە؟

ئەگەرا هەردوو پەرتووك ل سەر بابەتێ ئابووریێ بن چەندە؟

ئەگەرا ئێك ژوان لسەر بابەتێ ئابووریێ بیت ویا دی لسەر جۆگرافییێ بیت چەندە؟

ئەگەرا كو هەردوو پەرتووك ژ هەمان بابەت بن چەندە (ئەگەرا تەواو كەرل بیرا تەبیت)؟

لێنێرینەك بۆ پێش

48 كاروان ل دەستپێكا سالا خوادنێ و هەتا دوماهیێكێ 10 ئەزموونێن بیركاریێ كرن، ونمرێن وی ئێك ل دووڤ ئێكێ ئەڤەبوون: 35 ، 52 ، 66 ، 52 ، 48 ، 70 ، 52 ، 48 ، 58 ، 60.
ناڤەند و ناڤەڕاست و باو بۆ ڤان نمران بینەدەر.

بەشێ

4

پیڤەرێن ئامارەی

Statistical measurements

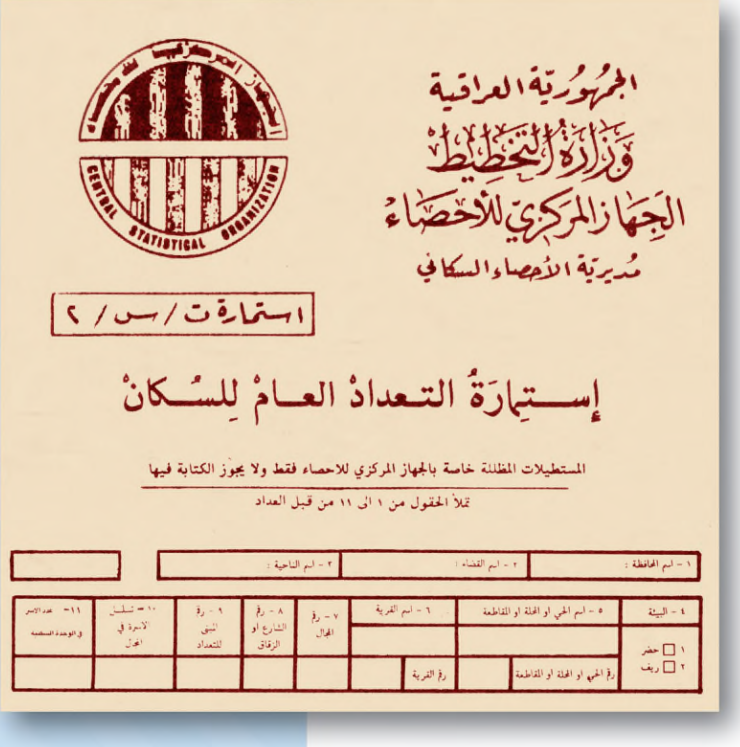
وەزارەتێن پلاندانانێ ل وەلاتێن جیهانێ رادبن ب ئەنجامدانا سەر ژمێریا دەوری بۆ ئاکنجیان. ل ڤێ کرداریێ فۆرمێن تایبەت پردکەن کو زانیاریان دەربارەی هەموو لایەنێن ژیانا رۆژانەیا ئاکنجیان بخۆڤە دگرن. ئەو پێداییێن دهێنە کۆمکرن دکەڤنە ژێر زنجیرەکا جارەسەریان وتێدا ژمارەکا پیڤەرێن ئامارەی دهێنە هەژمارتن بۆ مەرەما پلاندانا نێ و خۆ ئامادەکرنێ بۆ بدەستکەفتنا پێدڤیێن کەشەکرنا کۆمەلایەتی و ئابووری. ئەم دکارین پیڤەرێن ئامارەی ب شێوەیەکی گشتی دابەشبکەین بۆ دوو جۆران:

١– پیڤەرێن رووکرنا چەقی (ئەو هاریکاریێ دکەن بۆ پۆختەکرنا پێداییان پێ هندەك بهایان کو دێ ئاماژێ پێدەین)

٢– پیڤەرێن پرتبوونێ (ئەو دەربرینێ دکەن ژ رادێ دوورکەفتنا پێداییان ژ بهایەکی رووکرنا چەقی دبێژنێ ناڤەند)

وانه

1. پیڤەرێن رووکرنا چەقی.
2. پیڤەرێن پرتبوونێ.



الجمهورية العراقية
وزارة التخطيط
الجهاز المركزي للاحصاء
مديرية الاحصاء السكاني

استمارة ت / س / ٢

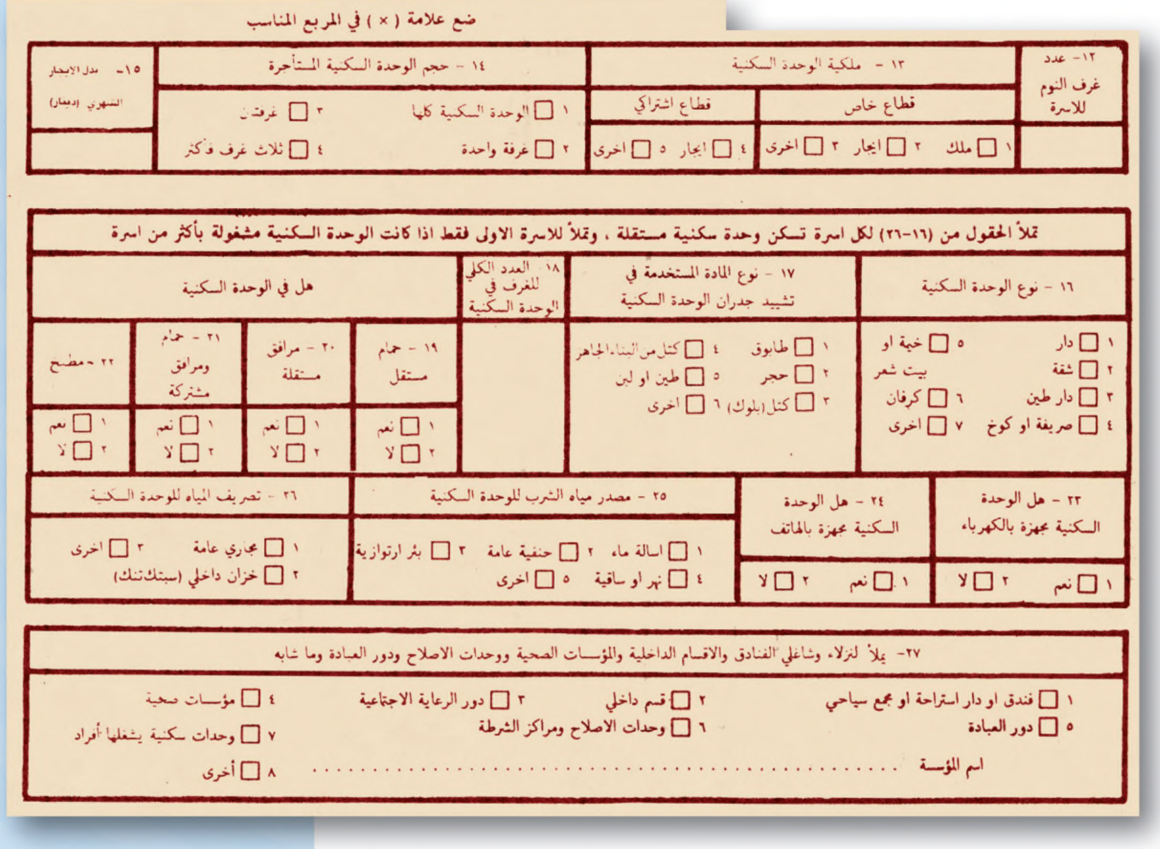
إستمارة التعداد العام للسكان

المستطيلات المظللة خاصة بالجهاز المركزي للاحصاء فقط ولا يجوز الكتابة فيها

تملأ الحقول من ١ الى ١١ من قبل العداد

١ - اسم المحافظة :	٢ - اسم القضاء :	٣ - اسم الناحية :	

٤ - البيئة	٥ - اسم الحي او المحلة او المقاطعة	٦ - اسم القرية	٧ - رقم المحال	٨ - رقم الشارع او الزقاق	٩ - رقم المبنى للتعداد	١٠ - تسلسل الاسرة في المحل	١١- عدد الاسر في الوحدة السكنية
١ ☐ حضر ٢ ☐ ريف	رقم الحي او المحلة او المقاطعة	رقم القرية					



ضع علامة (×) في المربع المناسب

١٢- عدد غرف النوم للاسرة	١٣ - ملكية الوحدة السكنية	١٤ - حجم الوحدة السكنية المتأجرة	١٥- معدل الايجار الشهري (دينار)
	قطاع خاص: ١ ☐ ملك ٢ ☐ ايجار ٣ ☐ اخرى قطاع اشتراكي: ٤ ☐ ايجار ٥ ☐ اخرى	١ ☐ الوحدة السكنية كلها ٢ ☐ غرفة واحدة ٣ ☐ غرفتان ٤ ☐ ثلاث غرف فأكثر	

تملأ الحقول من (١٦-٢٦) لكل اسرة تسكن وحدة سكنية مستقلة ، وتملأ للاسرة الاولى فقط اذا كانت الوحدة السكنية مشغولة بأكثر من اسرة

١٦ - نوع الوحدة السكنية	١٧ - نوع المادة المستخدمة في تشييد جدران الوحدة السكنية	١٨ - العدد الكلي للغرف في الوحدة السكنية	هل في الوحدة السكنية			
			١٩ - حمام مستقل	٢٠ - مرافق مستقلة	٢١ - حمام ومرافق مشتركة	٢٢ - مطبخ
١ ☐ دار ٢ ☐ شقة ٣ ☐ دار طين ٤ ☐ صريفة او كوخ ٥ ☐ خيمة او بيت شعر ٦ ☐ كرفان ٧ ☐ اخرى	١ ☐ طابوق ٢ ☐ حجر ٣ ☐ كتل (بلوك) ٤ ☐ كتل من البناء الجاهز ٥ ☐ طين او لبن ٦ ☐ اخرى		١ ☐ نعم ٢ ☐ لا	١ ☐ نعم ٢ ☐ لا	١ ☐ نعم ٢ ☐ لا	١ ☐ نعم ٢ ☐ لا

٢٣ - هل الوحدة السكنية مجهزة بالكهرباء	٢٤ - هل الوحدة السكنية مجهزة بالهاتف	٢٥ - مصدر مياه الشرب للوحدة السكنية	٢٦ - تصريف المياه للوحدة السكنية
١ ☐ نعم ٢ ☐ لا	١ ☐ نعم ٢ ☐ لا	١ ☐ اسالة ماء ٢ ☐ حنفية عامة ٣ ☐ بئر ارتوازية ٤ ☐ نهر او ساقية ٥ ☐ اخرى	١ ☐ مجاري عامة ٣ ☐ اخرى ٢ ☐ خزان داخلي (سبتك تنك)

٢٧- يملأ لنزلاء وشاغلي الفنادق والاقسام الداخلية والمؤسسات الصحية ووحدات الاصلاح ودور العبادة وما شابه

١ ☐ فندق او دار استراحة او مجمع سياحي ٢ ☐ قسم داخلي ٣ ☐ دور الرعاية الاجتماعية ٤ ☐ مؤسسات صحية
٥ ☐ دور العبادة ٦ ☐ وحدات الاصلاح ومراكز الشرطة ٧ ☐ وحدات سكنية يشغلها أفراد
اسم المؤسسة .... ٨ ☐ أخرى

وانە
1

پیڤەرێن رووكرنا چەقی

Measures of central tendency

بۆچی

یا دشیاندایە پیڤەرێن رووكرنا چەقی بۆ روونكرنا چەندین بارێ ژیانا رۆژانە بكاربینن وەك ژمارا خۆلەكێن ویستگەهێن تەلەفزیۆنی تەرخاندكەن بۆ ریكلامێ.

ئارمانج

- جوداكرنا پیڤەرێن رووكرنا چەقی.
- هەژمارتنا ناڤەند و ناڤەندێ گرانگری [قورسكری] بۆ پێداییان و پێداییێن خرڤەكری (كۆمكری).
- هەژمارتنا ناڤەراستی بۆ كۆمەڵەكا پێداییان.
- هەژمارتنا باو بۆ پێداییان و پێداییێن خرڤەكری (كۆمكری).

ئاماززان ژمارەكا پیڤەرێن رووكرنا چەقی بكاردئینن، ل ڤێ وانێ دێ فێری ناڤەند و ناڤەراست و باو بین بۆ كۆمەڵەكا پێداییان ودێ فێربین كو چەوا ئەوان بهەژمێرین.

ناڤەند

چێدبیت ناڤەند [هندەك جاران دبێژنێ تێكرایێ هەژمارتنێ] بەر بەلاڤترین پیڤەرێن رووكرنا چەقی بیت و زێدەترین بكارئینان هەبیت ل ژیانا رۆژانە. بۆ نموونە مامۆستا ناڤەندێ وان نمران دهەژمێریت كو قوتابیێن وی ل هەر ئەزموونەكێ وەردگرن، ئەڤ بهایە دهێتە دانان وەك پیڤەرەك بۆ رادێ تێگەهشتنا قوتابیان و وەرگرتنا زانیاریان و شارەزاییان.

نموونە ①

دلشادی 5 كراس ژ دوكانێن جودا وبهاییێن جۆدا كڕین. كراسێ ئێكێ ب 7.5 هزار دیناران ویێ دوویێ ب 8 هزار دیناران ویێ سێ ب 7 هزار دیناران ویێ چارێ ب 9 هزار دیناران ویێ پێنچێ ب 8.5 هزار دیناران كڕی. ئەرێ ناڤەندێ بهایێ كراسان چەندە؟

شیكار

ناڤەندێ بهایێ كراسان دبیتە 8 هزار دینار. $\frac{7.5+8+7+9+8.5}{5}=\frac{40}{8}=8$

ناڤەند

ناڤەندێ کۆمەڵەکا بهایان $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ دبیتە $\overline{x}$ هەکە ل جهێ هەموو بهایێن کۆمەڵێ بهێتە دانان سەرجەمێ بهایێن کۆمەڵێ ناهێتە گوهۆڕین. ناڤەندێ کۆمەڵەکێ دهێتە هەژمارتن ب رییا کۆمکرنا هەموو بهایان ودابەشکرنا وی سەرجەمی لسەر ژمارا بهایان. .

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$$

نموونە 2

نمرین شرینێ ل هندەك بابەتێن خواندنێ ب ڤی شێوەی بوون.

زمانێ کوردی	زمانێ عەرەبی	زمانێ ئینگلیزی	بیرکاری	مێژوو	زانست
80	72	76	81	65	64

ئەرێ ناڤەندێ نمرەیان چەندە؟

شیکار

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} = \frac{80+72+76+81+65+64}{6} = \frac{438}{6} = 73$$

هەولْبدە

ناڤەندێ پلەیێن گەرماتیێ ل حەفتیا بووری چەندبوو؟ هەکە پلەیێن گەرماتیا رۆژان ب ڤی شێوەی بوون. -1,1,0,-2,4,5,7

نموونە 3

ژمارا رۆژێن بهێنڤەدانا کارگەهان ل سالابووری ب ڤ شێوەی بوو:

هەیڤ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ژمارا رۆژان	6	4	3	4	2	5	3	4	5	2	3	4

ئەرێ ناڤەندێ ژمارا رۆژێن بهێنڤەدانێ ل هەر مەهەکێ چەند بوو؟

شیکار

$$\frac{6 + 4 + 3 + 4 + 2 + 5 + 3 + 4 + 5 + 2 + 3 + 4}{12} = \frac{45}{12} = 3.75$$

ناڤەندێ ژمارا رۆژێن بهێنڤەدانێ ل هەر مەهەکێ دبیتە 3.75 رۆژ.

هەولْبدە

سەردار ب ترۆمبێلا خۆ ژ باژێرەکی چوو بۆ باژێرەکی دی و ل ماوەێ هەر دەمژمێرەکی ژ گەشتیا خۆ لەزا ترۆمبێلا خۆ نەگۆڕ هێلا، ولەزێن ترومبێلا وی ب ڤی شێوەی بوون.

دەمژمێر	ئێکێ	دووێ	سێێ	چارێ	پێنجێ
لەز (خێرای)	80	100	106	93	121

پشتی حەفتیەکێ سەردار ڤەگەڕیا باژێرێ ئێکێ و هەموو دووراتی ب لەزەکا نەگۆڕ بڕی. ماوەێ گەشتیا چوونێ هندی ماوێ گەشتیا هاتنێ بوو. ئەرێ لەزا ڤەگەڕیانا وی چەند بوون؟

ناڤەندێ گرانکری [قورسکری]

هەکە $\left\{x_1, x_2, ..., x_n\right\}$ هندەك پێداییێن دووبارەبوویێن بن، و هەکە m_1 دووبارەبوونا x_1 بیت و m_2 دووبارەبوونا x_2 بیت و m_n ددووبارەبوونا x_n بیت، دێ ناڤەندێ گرانکری بۆ پێداییێن $\left\{x_1, x_2, ..., x_n\right\}$ بیتە $\overline{X}=\frac{m_1x_1+.m_2x_2+...+m_nx_n}{m_1+m_2+...+m_n}$

ناڤەندێ گرانکری

روونکرن

هەکە ژیێن قوتابییێن پۆلا دەهێ ب ڤی شێوەی بن.

16, 15, 15, 14, 17, 15, 17, 14, 16, 14, 15, 17, 16, 15, 16, 14, 17, 15, 16, 15

ئەم دشێین ناڤەندێ ژیێن قوتابییێن ڤێ پۆلی وەکی پیشتر ئەم فێربووینێ بهەژمێرین.

$$\overline{x}=\frac{15+16+15+17+14+16+15+16+17+15+14+16+14+17+15+17+14+15+15+16}{20}$$

$$=\frac{309}{20}=15.45$$

ناڤەندێ ژیێ قوتابی ل ڤێ پۆلێ دبیتە15.45 سال.

هەکە ئەم بەرێ خۆ ب هووری و باش بدەینە ڤان پێداییان دێ بینین هەر ئێك ژ جارەکێ پتر یا هاتیە دووبارەکرن. ژیێ 14 سال 4 جاران هاتیە دووبارەکرن. خشتێ ل خوارێ بهاییێن کۆمەلا پێداییان و هەر ئێك چەند جاران دووبارەبوویە دیاردکەت.

ژی	14	15	16	17
دووبارەبوون	4	7	5	4

دبێژنە ڤی خشتەی خشتێ دووبارەبوونێ بۆ کۆمەلا پێداییان

هەکە$14+14+14+14$ ب شێوێ 14×4بهێتە دانان بۆ هەژمارتنا ناڤەندی ئەنجام ناهێتە گوهۆڕین. و ئەم دشێین ب ڤی شێوەی بنڤیسین.

$15.45=\frac{309}{20}=\frac{(4\times14)+(7\times15)+(5\times16)+(4\times17)}{4+7+5+4}=\overline{x}$ دێ بێژین مە ناڤەندێ گرانکری بۆ ژیێن 14، 15، 16، 17 هەژمارت ب گرانکرنا وان ئێك ل دووڤ ئێکی ب 4، 7، 5، 4.

نموونە 4

لێژنەکا هەلسەنگاندنێ ل ڤیستەڤالەکا سینەمایێ 30 فلم هەلسەنگاندن، وژمارەکا ستێران بۆ هەر فلمەکێ ژ وان هاتە دانان. خشتێ ل خوارێ ئەنجامێ هەلسەنگاندنێ دیاردکەت.

هەلسەنگاندنا فلمان					
هەلسەنگاندن	****	***	**	*	بێ ستێر
ژمارا فلمان	8	12	7	2	1

ئەرێ ناڤەندێ هەلسەنگاندنا هەر فلمەکی چەندە؟

شیکار

$$\overline{x}=\frac{(8\times4)+(12\times3)+(7\times2)+(2\times1)+(1\times0)}{8+12+7+2+1}=\frac{84}{30}=2.8$$

هەلسەنگاندنا هەر فلمەکی2.8 ستێربوون.

هەوڵبدە

دریژییێن قوتابییێن پۆلا دەهێ دبنە:
178، 160، 153، 160، 187، 182، 153، 160، 156، 160 ناڤەندێ دریژییێن قوتابییێن پۆلا دەهێ چەندە؟

بەرهنگاری

نمرێن نەسرینێ ل هەر ئێك ل وەرزێ ئێکێ و دوویێ وەرگرتین ب ڤی شێوەی بوون:
وەرزێ ئێکێ: 65، 80، 70، 50، 50، 70، 50، 70، 80، 70، 80.
وەرزێ دوویێ: 67، 86، 72، 60، 60، 86، 72، 80، 60، 74، 86.
خشتێ دووبارەبوونێ بۆ نمرێن نەسرینێ ل وەرزێ ئێکێ چێکە و بکاربینە بۆ هەژمارتنا ناڤەندێ نمران ل ڤی وەرزی، پاشی خشتەکێ دووبارەبوونێ بۆ نمرێن نەسرینێ ل وەرزێ دوویێ چێکە و بکاربینە بۆ هەژمارتنا ناڤەندێ نمران ل وی وەرزی. چەوا ناڤەندێ نمرێن نەسرینێ بۆ هەموو سالا خواندنێ دێ ئێتە هەژمارتن؟ ڤی ناڤەندی بهەژمێرە؟

ناڤەندێ گرانکری بۆ پێدایێن خرڤەکرین [کۆمکرین]

143 ماموستا پشکداربوون ل خۆلەکا پەروەردەی ل دهۆك، وەزارەتا پەروەردێ داخواز ژ رێڤەبەرێ خۆلێ کر تویژینەکا ئامارەیی ئامادەبکەت دەربارەی ژییێ بەشداربوویین خۆلێ.

1. نڤیسینا ناڤێن مامۆستایان وژیێن وان و هەڤپێچکرنا وێ دگەل راپۆتەکا ب ژییێ بچووکترین ماموستا و مەزنترین ماموستا و ناڤەندێ ژیێن وان، لێ خواندنا ڤێ راپۆرتێ نەیاساناهیە و بیرۆکێ دەربارەی دابەشبوونا ماموستایان ل دووڤ ژیێن وان پێشکێش ناکەت.
2. چێکرنا خشتەکێ دووبارەبوونێ ب ژییێن ماموستایان و هەڤپێچکرنا وێ دگەل راپۆرتەکێ ب ژییێ بچووکترین ماموستا و مەزنترین ماموستا وناڤەندێ ژییێن وان، لێ ستوونێن خشتێ دێ بنە گەلەك(39 ستوون بناڤێ 20، 21، ...، 57، 58).
3. کۆمکرنا ژییێن وان دچەند چەشناندا و مەودایێ هەر ئێکێ 5 سال بیت و دروستکرنا خشتەیەکی ب ڤان چەشنان و ژمارا ماموستایان ل هەر چەشنەکێ.

رێڤەبەری رێیا سێیێ هەلبژارت و ئەڤ خشتە هنارتە وەزارەتێ:–

چەشن	[20, 25[	[25, 30[	[30, 35[	[35, 40[	[40, 45[	[45, 50[	[50, 55[	[55, 60[
ژمارە	12	23	25	36	24	12	9	2

ئەڤ زانیاریە هەڤپێچ بوون:

بچووکترین ژی: 20 سال **مەزنترین ژی:** 58 سال **ناڤەندیێ ژی:** 36.66 سال

ئەرێ رێڤەبەری چەوا ناڤەندیێ ژییان هەژمارت؟

هەژمارتنا ناڤەندی هەکە پیدایی دچەند چەشناندا هاتبنە کۆمکرن دێ بڤی شێوەی بیت:

1. دیارکرنا چەقێ هەر چەشنەکێ کو دبیتە ناڤەندیێ هەردوو لایان.

2. لێکدانا چەقێ هەر چەشنەکێ دگەل ژمارا دانێن چەشنێ.

3. کۆمکرنا ئەنجامێن هەموو لێکدانان ل لایەکی و ژمارا دانەیێن هەموو چەشنان ل لایەکێ دی.

4. دابەشکرنا سەرجەمێ ئێکێ لسەر سەرجەمێ دوویێ

خشتێ ل خوارێ پۆختێ ڤان پێنگاڤان دیاردکەت.

چەشن	دووبارەبوون [ژمارا دانان]	چەقێ چەشنێ	دووبارەبوون × چەقێ چەشنێ
[20, 25[	12	22.5	270
[25, 30[	23	27.5	632.5
[30, 35[	25	32.5	812.5
[35, 40[	36	37.5	1350
[40, 45[	24	42.5	1020
[45, 50[	12	47.5	570
[50, 55[	9	52.5	472.5
[55, 60[	2	57.5	115
سەرجەم	143		5242.5

ئاگەهداری !

چەشنا [20, 25[رامان ئەوە ئەو ژیێن نە بچووکتر ژ 20 و بچووکتر ژ 25

تێبینی چێدبیت [0,10) بکاربینن ل جهێ [0,10[و هەروەسا.........

بەرهنگاری رامانا 0.66 سال چییە؟

نموونە 5

ماموستایەکێ بیرکاریێ ل زانکۆیا سەلاحەدین ئەنجامێن ئەزموونەکا قوتابیان دڤی خشتەیدا پۆختەکرن:

چەشن	[0, 10[	[10, 20[	[20, 30[	[30, 40[	[40, 50[	[50, 60[	[60, 70[	[70, 80[	[80, 90[	[90, 100[
دووبارە	2	3	4	5	7	11	11	12	4	1

ئەرێ ناڤەندیێ نمرەیان چەندە؟

شیکار

چەشن	دووبارەبوون [ژمارا دانان]	چەقێ چەشنێ	دوبارەبوون × چەقێ چەشنێ
$[0, 10[$	2	5	10
$[10, 20[$	3	15	45
$[20, 30[$	4	25	100
$[30, 40[$	5	35	175
$[40, 50[$	7	45	315
$[50, 60[$	11	55	605
$[60, 70[$	11	65	715
$[70, 80[$	12	75	900
$[80, 90[$	4	85	34
$[90, 100]$	1	95	95
سەرجەم	60		3300

ناڤەندێ نمرەیێن قوتابیان: $\overline{x} = \frac{3300}{60} = 55$

هەوڵبدە ناڤەندێ پێدایێن ڤی خشتەی بینەدەر:

چەشن	$[0, 10[$	$[10, 20[$	$[20, 30[$	$[30, 40[$	$[40, 50[$	$[50, 60[$	$[60, 70[$
دووبارە	2	3	4	5	7	11	11

ناڤەراست

نموونـــــە 6

ل نمایشا تیپێن وەرزشێ راهێنەرێ تیپا بلندکرنا قورسی ڤیا کۆترەکێ لبەر شانوگەریا سلاڤێ هەلبدەت، ئەندامێن تیپی ل دووڤ درێژیا بەژنا وان هاتبوونە رێکخستن، راهێنەری بریاردا کو یاریزانێ ناڤەراست کۆترکێ هەلبدەت. **ل دووڤ پێدایین ڤی خشتەی کی دێ کۆترکێ هەلدەت؟**

ناڤ	رزگار	تۆما	مەحمود	دارا	سرود	عبداللە	شێرزاد
درێژی (cm)	154	177	165	149	180	172	159

شیکار

دڤێت ئەم خشتەی ب شێوەیەکی رێکبێخین کو هاوتابیت دگەل رێکخستنا یاریزانان ل نمایشێ، یاریزان ل دووڤ درێژیا بەژنا وان هاتبوونە رێکخستن ژ درێژترین بۆ کورتترین.

ناڤ	سرود	تۆما	عبداللە	مەحمود	شێرزاد	رزگار	دارا
درێژی (cm)	180	177	172	165	159	154	149

مەحموود دکەڤتە ناڤەڕاستێ چونکی ژمارا ئەندامێن تیپێ ئەوێن کو د دکەڤنە پێشیاوی یەکسانە دگەل ژمارا وان ئەندامێن دکەڤنە دوماهیا وی، ڤێجا مەحموود کۆترکێ دێ هەلدەت.

ل نموونەیا بووری دبێژین مەحموود **ناڤەراستیێ** تیپێیە.
ب شێوەیەکێ گشتی ناڤەراستیێ کۆمەڵەکا بهایان ئەو بهایە کو پشتی ڕێکخستنا بهایان، کۆمەلێ دکەتە دوو بەشێن یەکسان ل ژ ژمارا دانەیان. هەکە ژمارا دانەیان کت بیت دێ ناڤەراست بیتە ئەو بهایێ دکەفتە ناڤەراستیێ وهەکە ژمارا دانەیان جووت بیت ناڤەراست دێ بیتە ناڤەندێ هەردوو بهایێن دکەڤنە ناڤەراستیێ.

نموونە 7

نمرێن قوتابێن پۆلا دەهێ ل ئەزموونا بیرکاریێ ب ڤی شێوەی بوون:
77, 85, 35, 69, 82, 49, 66, 74, 57, 32, 65 . ناڤەراستیێ ڤان نمرەیان چەندە؟

شیکار

دێ دەست ب ڕێکخستنا نمران کەین ژ بچووکترین بۆ مەزنترین دێ ڕێزکەین چونکی ژمارا بهایان کتە ڤێجا ناڤەراست ئەو بهایەیە کو دکەفتە ناڤەراستیێ و دبیتە 66

بەرهەنگاری

ئازادی ناڤەراستیێ ڤان بهایان هەژمارت 37، 21، 59، 43، 60 و 59 و گۆت ناڤەراست دبیتە 59 ، ئەرێ ئەنجامێ ئازادی یێ دروست بوو یان یێ شاش بوو؟ ئەگەرێ شاش بوو روونبکە.

باو (مۆد)

پێلاڤ فرۆشەکی فرۆتنێن خۆ ل مەها بووری دخشتەیدا نڤیسین ل دووڤ پیڤانان، کو پیڤانا 41 پتر هاتبوونە فرۆتن دبێژنە وێ باو بۆ کۆمەلا پێداییان دەربارەی وان پێلاڤێن بازرگانی ل مەها بووری فرۆتین.

پیڤان	36	37	38	39	40	41	42	43	44
ژمارە	1	3	5	26	41	45	44	12	8

باو بۆ کۆمەڵەکا پێداییان ئەو پێداییە کو پتر ژ پێداییێن دی دووبارە دبیت. چێدبیت کۆمەڵەکا پێداییان باونەبیت و چێدبیت ژ باوەکی پتر هەبیت.

نموونە 8

دارا راپرسینەك ژ قوتابیێن پۆلێ کر دەربارەی رەنگێن پەسەندکری وئەنجام ل خشتێ ل خوارێ ڕێکخست. **ئەرێ باو بۆ ڤێ کۆمەلا پێداییان چییە؟**

رەنگ	سۆر	زەرد	شین	کەسك	قەهوایی	رەش	سپی
ژمارە	8	3	10	8	10	6	1

شیکار

دبینین هەردوو رەنگ شین و قەهوایی زێدەتر هاتینە پەسەندکرن لنك قوتابیێن پۆلێ ئانکو دوو باو هەنە بۆ کۆمەڵا پێداییان ئەو رەنگێ شین و رەنگێ قەهوایییە.

نموونە

9 پلەیێن گەرماتیێ ل حەفتیا ئێکێ ل مەها شوواتێ ل هەولێرێ ب ڤی شێوەی بوون 3 ,1- ,0 ,2 ,2- ,4 ,6

باو بۆ ڤان بهایان چییە؟

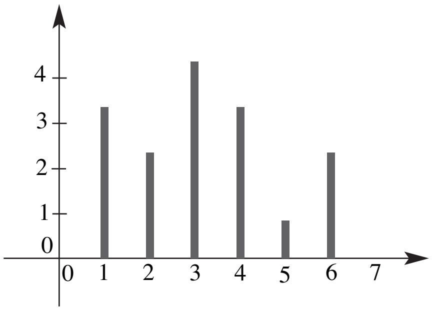
شیکار

باو نینە چونکی دووبارەبوونا پێداییان یا یەکسانە.

بەرهنگاری

باو چییە بۆ کۆمەلا پێداییێن هاتینە

نواندن ب ڤان ستوونێن روونکرنێ.



باو بۆ پێداییێن خرڤەکرین

هەکە ئەم ڤەگرێینە وێ خشتێ یارێڤەبەرێ خولا ماموستایان ل دهوکێ هنارتی

چەشنێ ژیێ	[20, 25[	[25, 30[	[30, 35[	[35, 40[	[40, 45[	[45, 50[	[50, 55[	[55, 60[
ژمارا ماموستایان	12	23	25	36	24	12	9	2

ئەم دشێین بەحسێ چەشنا باو بکەین کو ب سادەتین شێوە ئەو چەشنەیا کو مەزنترین دووبارەبوون هەیە، چەشنا باو بۆ ژیێن پشکداران دبیتە [35, 40[.

نموونە

10 **چەشنا باو بۆ ڤان پێداییێن خڕڤەکرین چییە؟**

چەشن	[8, 15[	[15, 22[	[22, 29[	[29, 36[	[36, 43[
ژمارە	2	8	4	5	1

شیکار

چەشنا باو دبیتە [15,22[چونکی مەزنترین دووبارەبوون هەیە.

ڕاهێنان

بەردەوامبوون د بیرکاریێدا

1 دیارکرنا کیژ پیڤەری ساناهیترە: ناڤەند، ناڤەراست یان باو؟
دیارکرنا کێژ وان ب زەحمەتترە؟ روونبکە.

2 هەکە مەزنترین وبچووکترین بها ژ کۆمەلەکا بهایان هاتنە لادان، ئەرێ ناڤەراست دێ ئێتە گوهۆڕین؟ ئەرێ ناڤەند دێ ئێتە گۆهۆڕین؟ ڕوونبکە.

3 کیژ ژ هەرسێ پیڤەران، ناڤەند، ناڤەراست، باو باشتر وان نمرێن قوتابین پۆلا دەهێ وەرگرتین دنوێنیت: 85، 83، 80، 88، 21، 79، 12، 90 روونبکە.

ڕاهێنانێن ئاراستەکری

ناڤەند و ناڤەراست و باو بۆ هەر کۆمەڵەکا پێدابیان بینەدەر.

4 {55 ، 90، 83، 70، 65، 77، 50}

5 {8،7، 6، 6، 6، 4، 4، 2}

6 {26، 22، 18، 14، 10}

7 ژمارا دەمژمێرێن کارکرنا دەه کرێکران ل کارگەهەکێ ب ڤی شێوەی بوون: 36، 40، 34، 38، 33، 0، 40، 32، 35، 37.

أ ناڤەند وناڤەراست و باو بۆ ڤان پێداییان بینەدەر.

ب کیژ ڤان هەرسێ پیڤەران ب باشترین شێوەی ژمارا دەمژمێرێن کارکرنا نموونەی دنوێنیت؟ روونبکە.

8 ناڤەندی گرانگری [قورسکری] بۆ کرێیا رۆژانە بهەژمێرە کو ب ڤی خشتەی هاتیە نواندن.

کرێ ب هزار دیناران	5	6	7	8	9	10
ژمارا کرێکاران	4	6	10	8	5	7

9 ناڤەراست و چەشنا باو بۆ ڤان پێداییێن خڕڤەکرین دیاربکە.

چەشن	[30, 35[	[35, 40[	[40, 45[	[45, 50[	[50, 55[
ژمارە	6	3	10	7	4

ڕاهێنان و بجهئینان

ناڤەند و ناڤەراست و باو، بۆ هەر کۆمەڵەکا پێدابیان بهەژمێرە.

10 { 20، 31، 45، 28، 7، 5، 12، 28}

11 { 78،32، 45، 10، 15، 13، 10، 32}

12 {17، 5، 10، 12، 7، 9، 5، 12، 4 }

13 {83، 44، 67، 39، 58، 63، 82، 76}

14 ژمارا قوتابییێن نەهاتین ل رۆژێن بووری ب ڤی شێوەی بوون: 1، 0، 3، 4، 1، 0، 2، 0، 3، 4، 1، 3، 4، 1، 2، 0، 1، 2، 0، 4، 3، 1، 2، 2، 2، 1، 3، 1، 1، 2 ڤان پێداییان دخشتەیەکێ دووبارەبوونێدا رێکبکە، پاشی ناڤەندێ گرانکری و ناڤەراست وباو بهەژمێرە.

15 پێداییێن ل خوارێ ژمارا وان میلان دنوێنن کو هندەك ترۆمبێل ب گالۆنەکا سوتەمەنیێ دبڕن: 30، 21، 18، 19، 23، 24، 26، 32، 30، 22، 12، 15، 21، 28، 27، 18، 16، 19، 23، 29، 24، 25، 16. ڤان پێداییان د خشتەکێ چەشنێن دووبارەبوونێدا خڕڤەکە، پاشی ناڤەند، و چەشنا باو بهەژمێرە.

16 ئامیرەك ڤەخوارنێ لسەر پەرداخان بەلاڤدەکەت و دڤێت 8 ئونسان بکەتە دناڤ هەر پەرداخەکێدا، ئەو کۆمپانیا ئەڤ ئامیرە دروستکری برێ پێکهاتا 40 پەرداخان پیڤا بۆ پشتڕاستبوونێ ژ کارکرنا ڤی ئامیری. وئەنجامێن ڤێ تاقیکرنێ ب ڤی شێوەی بوون.

7.8	7.9	7.6	8.0	7.8	8.0	7.9	7.6	8.0	8.0
7.5	7.9	7.8	7.9	7.8	8.0	8.2	7.9	7.6	8.0
7.6	8.1	8.1	7.9	7.5	8.0	7.8	7.8	8.0	8.2
7.9	8.1	8.1	7.9	7.5	8.0	7.8	7.8	8.0	8.2

أ ناڤەند و ناڤەراست و باو، بۆ ڤان پێداییان بینەدەر و هەرسێ پیڤانان بەراوردبکە.

ب ل دووڤ هزراتە کو کۆمپانی دبێژت ئەو ئامیرە ب نێزیکی 8 ئونسان دکەتە دناڤ هەر پەرداخەکێدا یا دروستە؟

17 نمرێن سەرداری ل ئەزموونێن بووری ئەڤەبوون: 86، 72، 85، 90 ناڤەندێ نمرێن وی هەتا نهۆکە چەندە؟ کێمترین نمرە کو دڤیت سەردار ل ئەزموونا بهێت وەربگرت چەندە دا ناڤەندێ نوو بۆ نمرێن وی ژ 80 کێمتر نەبیت؟

18 خشتێ ل خوارێ رێژەیا سەدی بۆ دابەشکرنا هێزەکاریێ دیاردکەت ل دووڤ ژیێ ل وەلاتەکی.

ژیێ	1979	1992	2005
[16, 25[	24%	16%	16%
[25, 35[	27%	28%	21%
[35, 45[	19%	27%	25%
[45, 55[	16%	18%	24%
[55, 65[	14%	12%	14%

أ خشتەیەکی بۆ هەر سالاکێ دروستبکە.

ب ناڤەندێ ژیێ هێزەکاریێ بۆ هەر سالاکێ بهەژمێرە.

ج بەراوردیێ ل ناڤبەرا هەرسێ ناڤەندان بکە. چی دەرئەنجام ب دەست تە دکەڤیت؟

لێنێرینەك بۆ پاش

19 زانا 3 جاران ئێك ل دووڤ ئێك پارچە دراڤەکی کانزایی هەلدا هێلکارێ دارێ بۆ وان ئەنجامێن جیاوازێن دشیاندا دروستبکە. ئەگەرا دیاربوونا هەمان روو ل هەر سێ جاران چەندە؟

لێنێرینەك بۆ پێش

20 زانا 3 جاران ئێك ل دووڤ ئێك پارچە دراڤەکێ کانزایی هەلدا هێلکارێ دارێ بۆ وان ئەنجامێن جیاوازێن دشیاندا دروستبکە. ئەگەرا دیاربوونا شێری دوو جاران چەندە هەکە ل جارا ئێکێ شێر دیاربیت؟

وانە
2

پیڤەرێن پرتبوونێ

Measures of dispersion

ئارمانج

- هەژمارتنا پیڤەرێن پرتبوونێ وەکی مەودا و لادانێ ناڤەند و لێکنەچوون ولادانێ پیڤانەی و بکارئینانا وان.

Oregon
138
206
12:38
VENTURE

76
77
78
75
74
73
72
71
80
81
VARIABLE
PLUIE OU VENT
BEAU TEMPS
TEMPETE
TRES SEC
950
960
970
980
990
1000
1010
1020
1030
1040
1050
1060
1070
1080

بۆچی

تو دکاری پیڤەرێن پرتبوونێ بکارئینی بۆ بەراوردکرنێ ل ناڤبەرا دوو کۆمەلێن پێدائییان وەکی بڕین باران بارینێ ل دوو باژێران.

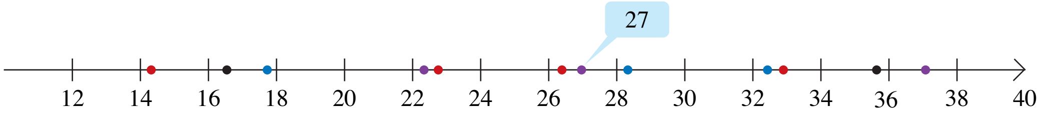
چەمکێ پرتبوونێ

بجهئینان

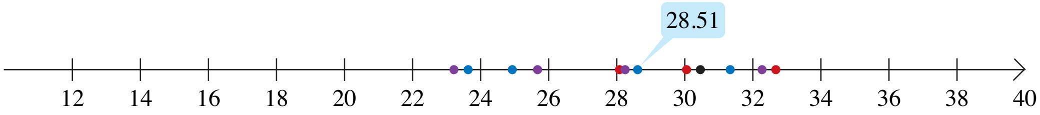
هەردوو خشتەیێن بەرامبەر ناڤەندێ پلەیێن گەرماتییێ ل دەمێ 12 مەهان ل هەر دوو باژێران ریاز و جەددە دیاردکەت. ناڤەندێ بهاییێن خشتێ ئێکێ 27 وناڤەندێ بهاییێن خشتێ دووێ دبیتە 28،51 هەکە بهاییێن هەردوو خشتەیان لسەر راستەهێلێ ژماران بنوێنین دێ بینین:

ناڤەندێ پلەیێن گەرماتییێ ل باژێرێ ریاز	
کانوونا دووێ	16.63
شوبات	17.8
ئادار	22.94
نیسان	26.37
گۆلان	32.61
خزیران	35.62
تیر مەه	37.06
تەباخ	36.81
ئیلون	33.06
چریا ئێکێ	28.34
چریا دووێ	22.5
کانوونا ئێکێ	14.35

ناڤەندێ پلەیێن گەرماتییێ ل باژێرێ جەددە	
کانوونا دووێ	23.32
شوبات	23.77
ئادار	25.8
نیسان	28.08
گۆلان	30.51
خزیران	31.25
تیر مەه	32.7
تەباخ	32.25
ئیلون	31.27
چریا ئێکێ	30.1
چریا دووێ	28.2
کانوونا ئێکێ	24.9



نواندنا پێدایێن خشتێ ئێکێ لسەر هێلا ژماران.



نواندنا پێدایێن خشتێ دووێ لسەر هێلا ژماران.

بەرێ خۆ بدێ کو ناڤەندێ خشتێ دووێ (28.51) دەربڕینێ ژ بهایێن کۆمەڵێ دکەت چونکی هەموو بها د نێزیکن بۆ ناڤەندی، لێ ناڤەندێ خشتێ ئێکێ 27 دەربڕینێ ژ بهایێن کۆمەلا ئێکێ ناکەت ب شێوەیەکی گشتی چونکی گەلەك بهایێن کۆمەڵێ یێن دوورن ژ ناڤەندی. ژبەرهندێ دێ بێژین بهایێن کۆمەلا خشتێ ئێکێ پرتترن ژ بهایێن کۆمەلا خشتێ دووێ.

پیڤەرێن پرتبوونێ

ئامارزان ژمارەکا پیڤەران بکاردئینن بۆ پیڤانا رادێ پرتبوونا کۆمەلەکا بهایان.

مەودا **Range** مەودا جیاوازیە ل ناڤبەرا مەزنترین و بچووکترین بها د کۆمەڵەکێدا.

مەودا = مەزنترین بها − بچووکترین بها

هزرکرنەکا رەخنەگر

ئەرێ مەودا دەربڕینێ ژ پرتبوونا کۆمەڵەکا بهایان دکەت؟

لادانێ ناڤەند Mean Deviation : ئەو ناڤەندێ لادانێیە، یان دوورکەفتنا بهایێن کۆمەڵەکێ ژ ناڤەندێ وێیە، بۆ هەژمارتنا لادانێ ناڤەند بۆ کۆمەلەکا بهایان $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ دێ لادانا هەر بهایەکی ژ ناڤەندی $\overline{x}$ هەژمێرین، ئانکو $|x_1-\overline{x}|$ $|x_2-\overline{x}|$ … $|x_n-\overline{x}|$، پاشی ناڤەندێ ڤان لادانان دێ هەژمێرین.

لادانێ ناڤەند $= \frac{1}{n}\left(|x_1-\overline{x}|+|x_2-\overline{x}|+\ldots+|x_n-\overline{x}|\right)$

هزرکرنەکا رەخنەگر

بۆچی ئامارزان برێ $|x_k-\overline{x}|$ بکاردئینین بۆ هەژمارتنا لادانا بهایێ x_k ژ ناڤەندێ $\overline{x}$ و $x_k-\overline{x}$ بکارنا ئینن؟

نموونە 1

کۆمپانیەکا بەرهەمئینانا تایرێ ترۆمبیلان 5 تاقیکرن لسەر دوو جۆرێن تایران ئەنجامدان و ژمارا کیلۆمەترین هەر تایرەك ببرت بەری ژ کاربکەڤیت تۆمارکر. خشتێ ل خوارێ ئەنجامێن ڤان تاقیکرنان ب هەزاران کیلومەتران دیاردکەت.

تایرا 1	66	43	37	50	54
تایرا 2	54	49	47	48	52

أ مەودا و لادانێ ناڤەند بۆ ژمارا کیلۆمەترێن هەر تایرەکێ بهەژمێرە.

ب روونبکە کو هەر پیڤەرەك ژ ڤان دەربرینێ ژ چی دکەت دەربارەی هەر جۆرەکی تایران.

شیکار

أ

تایرا 1

مەودا: $66 - 37 = 29$

ئانکو $29000\ km$ بۆ هەژمارتنا لادانێ ناڤەند،

دەست بهەژمارتنا ناڤەندی بکە:

$$\bar{x} = \frac{54+50+37+43+66}{5} = 50$$

پاشی لادانا هەر بهایەکی ژ ناڤەندی بهەژمێرە. وژبەر وێ چەندێ ڤێ خشتێ دروستبکە.

x_k	$\lvert\bar{x} - x_k\rvert$
66	16
43	7
37	13
50	0
54	4

پاشی، ناڤەندێ لادانان بهەژمێرە،

لادانێ ناڤەند: $\frac{16+7+13+0+4}{5} = 8 =$

ئانکو $8000\ km$

تایرا 2

مەودا: $54 - 47 = 7$

ئانکو $7000\ km$ بۆ هەژمارتنا لادانێ ناڤەند،

دەست بهەژمارتنا ناڤەندی بکە:

$$\bar{x} = \frac{52+48+47+49+54}{5} = 50$$

پاشی لادانا هەر بهایەکی ژ ناڤەندی بهەژمێرە. وژبەروێ چەندێ ڤێ خشتێ دروستبکە.

x_k	$\lvert\bar{x} - x_k\rvert$
54	4
49	1
47	3
48	2
52	2

پاشی، ناڤەندێ لادانان بهەژمێرە،

لادانێ ناڤەند: $\frac{4+1+3+2+2}{5} = 2.4$

ئانکو $2400\ km$

ب بەرێ خۆ بدێ کو لادانێ ناڤەند بۆ تایرا 2 کێمترە ژ لادانێ ناڤەند بۆ تایرا 1، ئەڤەرێ ددەت کو ئەم بێژین ناڤەندێ پێدایین تایرا 2 پتر باوەرەی پێکەرە. و هەروەسا خەملاندنا دووراتیا تایرا 2 ببرت پێش ژ کاربکەڤیت پتریا باوەری پێکەرە.

هەوڵبدە مەودا ولادانێ ناڤەند بۆ پێدایێن تایرا 3 بهەژمێرە، وبەراوردبکە دگەل پیڤەرێن هەردوو تایرێن بەرێ.

تایر 3	64	52	50	49	35

خالەکا چاڤدێریێ ✓

ئەرێ چێدبیت دوو کۆمەلێن پێداییان هەمان مەودا و هەمان لادانێ ناڤەند هەبن، نموونەیەکێ بۆ سەلماندنا بەرسڤا خۆ بینە.

لێکنەچوون و لادانێ پیڤانەی: ئەو دوو پیڤەرێن پرتبوونێنە و ئێنە بکارئینان بۆ بەراوردکرنا پێداییان و شلۆڤەکرنا وان.

لێکنەچوون Variance $\sigma^2 = \frac{1}{n}\left((x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\ldots+(x_n-\overline{x})^2\right)$

لادانێ پیڤانەی Stantard Deviation $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

نموونە 2

لادانێ پیڤانەی بۆ دووراتیێن هەردوو تایران ل نموونەیا بەرێ بهەژمێرە:

شیکار

تایرا 1

خشتێ ل خوارێ دروستبکە بۆ رێکخستنا ئەوا دهەژمێری:

$$\overline{x} = \frac{54+50+37+43+66}{5} = 50$$

x_k	$(x_k-\overline{x})$	$(x_k-\overline{x})^2$
66	16	256
43	−7	49
37	−13	169
50	0	0
54	4	16
سەرجەم	0	490

لێکنەچوون: $\sigma^2 = \frac{490}{5} = 98$

لادانێ پیڤانەی: $\sigma = 9.9$ ئانکو 9900km

تایرا 2

خشتێ ل خوارێ دروستبکە بۆ رێکخستنا ئەوا دهەژمێری:

$$\overline{x} = \frac{52+48+47+49+54}{5} = 50$$

x_k	$x_k-\overline{x}$	$(x_k-\overline{x})^2$
54	4	16
49	−1	1
47	−3	9
48	−2	4
52	2	4
سەرجەم	0	34

لێکنەچوون: $\sigma^2 = \frac{34}{5} = 6.8$

لادانێ پیڤانەی: $\sigma = 2.6$ ئانکو 2600km

ئەڤ ئەنجامە ئەوێ دەرئەنجامێ مسۆگەردکەت ل نموونەیا بەرێ کو لادانێ پیڤانەی بۆ تایرێ 2 کێمترە ژ لادانێ پیڤانەی تایرا 1.

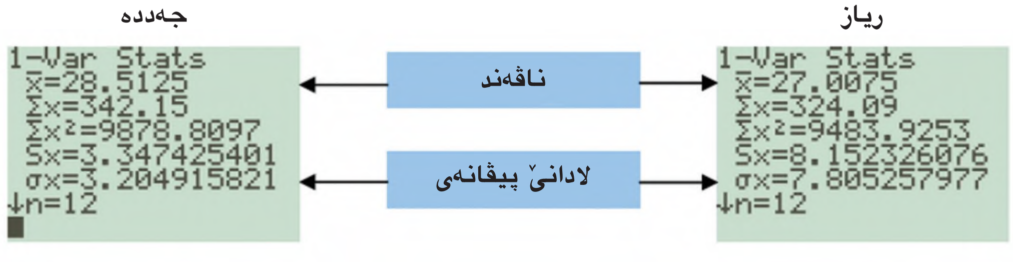
هەولبدە لادانێ پیڤانەی بۆ تایرێ 3 چەندە؟

خالەکا چاڤدێریێ ✓

هەکە لادانێ پیڤانەی تایرێ 4 1500 km بیت، ئەرێ تو دکاری چی بێژی بۆ ڤێ تایرێ ل دووف هەردوو تایرێن 1 و 2.

هزرکرنەکا رەخنەگر ل دووڤ بۆ چوونێن تە، کیژ پیڤەر پتر دئێتە بکارئینان: لێکنەچوون یان لادانێ پیڤانەی؟ بۆچی؟ هەکە ئەم ڤەگەرێینە تێکراییێن پلەیێن گەرماتیا هەردوو باژێران ریاز و جەددە، خشتێ ل خوارێ پیڤەرێن پرتبوونێ بۆ تیکراییێن پلەیێن گەرماتیا هەردوو باژێران دیاردکەت.

پیڤەر	ریاز	جەددە
مەودا	22.71	9.38
لادانێ ناڤەند	6.91	2.83
لێکنەچوون	60.92	10.27
لادانێ پیڤانەی	7.81	3.20



```
1-Var Stats
 x̄=27.0075
 Σx=324.09
 Σx²=9483.9253
 Sx=8.152326076
 σx=7.805257977
↓n=12
```

```
1-Var Stats
 x̄=28.5125
 Σx=342.15
 Σx²=9878.8097
 Sx=3.347425401
 σx=3.204915821
↓n=12
```

بڤی شێوەی ئەم دبینن کو پرتبوونا تێکراییێن پلەیێن گەرماتیێ ل جەددە کێمترە ژ ئەوێ ل ریاز، چونکی لادانێ پیڤانەی بۆ باژێرێ ئێکێ کیمترە ژ لادانێ پیڤانەی بۆ باژێرێ دووێ.

ڕاهێـــــنـــــان

بەردەوامبوون د بیرکارییێدا

1 روونبکە بۆچی هەر ئێك ژ لادانێ ناڤەند و لادانێ پیڤانەی نابیتە ژمارەکا سالب؟

2 پەیوەندیا ل ناڤبەرا لێکنەچوون و لادانێ پیڤانەی روونبکە. ئەرێ بەردەوام لادانێ پیڤانەی دێ کێمتربیت ژ لێکنەچوونێ؟

3 روونبکە بۆچی هەر ئێك ژ لادانێ ناڤەند و لادانێ پیڤانەی دەربڕینێ ژ پرتبوونێ دکەت پتر ژ مەودای.

ڕاهێناتێن ئاراستەکری

بجهئینان

هێمن	هاوار
81	98
84	68
88	99
82	59
85	96

4 **پەروەردە و فێرکرن:** خشتێ بەرامبەر نمرێن دوو قوتابیان ل 5 ئەزمونان دیاردکەت. مەودا و لادانێ ناڤەند بۆ نمرێن هەردوو قوتابیان بهەژمێرە، و ئاماژا ڤان هەردوو پیڤەران روونبکە.

5 لادانێ پیڤانەی نمرێن هەر ئێك ژ هەردوو قوتابیان بهەژمێرە.

ڕاهێنان و بجهئینان

مەودا و لادانێ ناڤەند بهەژمێره.

6 8؛ 10؛ 3؛ 9؛ 10

7 1؛ 2؛ 4؛ 2؛ 6

8 31؛ 103؛ 34؛ 98؛ 107؛ 32

9 32؛ 23؛ 68؛ 74؛ 26؛ 93

10 32؛ 23؛ 68؛ 74؛ 26؛ 93

11 11.1؛ 14.2؛ 8.4؛ 12.2؛ 15.2؛ 10.9

12 -1.22؛ 4.53؛ -2.42؛ 2.33؛ 4,66

13 8.72؛ 7.43 ؛ -2.92؛ -3.56؛ 5.78

لێكنەچوون و لادانێ پیڤانەی بهەژمێره.

14 9؛ 10؛ 10؛ 8؛ 7؛ 11؛ 12؛ 9

15 8.1؛ 10.3؛ 3.4؛ 9.8؛ 10.7

16 -3؛ 2؛ -5؛ 4؛ -2؛ 8؛ 9؛ -1

17 2؛ 4؛ -8؛ 8؛ 7؛ -2؛ -4؛ 3؛ 7

لادانێ ناڤەند و لادانێ پیڤانەی بهەژمێره. بهایێ پەرگر كێمتر كارتێكرنێ لسەر كیژ هەردوو پیڤەران دكەت.

18 20؛ 30؛ 40؛ 500

19 0؛ 500؛ 510؛ 520

20 دوو كۆمەلێن بهایان بنڤیسە هەمان مەودا هەبن، لێ هەر دوو لادانێن پیڤانەی د جیاوازبن.

بەرهنگاری

21 ئەرێ چێدبیت لادانێ پیڤانەیێ كۆمەڵەكا بهایان یەكسان بیت ب سفر؟ هەكە وەسا بیت مەرجێن وێ دیاربكە. نموونەیەكێ بۆ روونكرنێ بكاربینە.

گرێدان

22 ڕاپرسین: داخوازی ژ 30 كەسان هاتەكرن كو بۆ چوونێن خۆ دیاربكەن دەربارەی جۆرەكی تەزیاتیان ب رێیا دانانا نمرە ژ 1 هەتا 10 . مەودا و لادانێ ناڤەند ولادانێ پیڤانەی بۆ ڤی خشتەی بهەژمێره.

5	7	9	6	8	10
7	8	8	9	7	8
10	8	7	9	6	8
8	10	9	8	10	10
7	9	8	7	7	9

بجهئینان

وەرزش: خشتێ ل خوارێ ژمارێن پیڤانەی [ب خولەكان و چركان و بەشێن ژ سەدی ژ چركێ] دیاردكەت بۆ زەلامان و ئافرەتان ل خلیسكانا سەر بەفرێ ل ژمارەكا یارییێن ئۆلۆمپی.

	1976	1980	1984	1988	1992	1994	1998
زەلام	1:59.38	1:55.44	1:58.36	1:52.06	1:54.81	1:51.29	1:47.87
ئافرەت	2:16.58	2:10.95	2:03.42	2:00.68	2:05.87	2:02.19	1:57.58

23 ناڤەند و ناڤەراست بۆ ژمارەیێن پیڤانەی یێن زەلامان و ئافرەتان بهەژمێرە.

24 مەودا و لادانێ ناڤەراست بۆ زەلام و ئافرەتان بهەژمێرە، ئەڤ پیڤەرە چی بۆ مە دیاردکەن دەربارەی ژمارەیێن پیڤانەی یێن زەلام و ئافرەتان؟

25 لادانێ پیڤانەی بۆ زەلام و ئافرەتان بهەژمێرە، ئەڤ پیڤەرە چی بۆمە دیاردکەن دەربارەی ژمارەیێن پیڤانەی یێن زەلام و ئافرەتان؟

لێنێرینەك بۆ پاش

بهەژمێرە

26 C_3^8

27 C_3^{10}

28 p_3^{17}

29 p_3^{21}

لێنێرینەك بۆ پێش

30 گەلەك جاران ئامارزان سامپلەکێ بکاردئینن بۆ ئەنجامدانا تویژینەکێ لسەر کۆمەلەکا مەزن ژ بهایان، ویشتبەستدبن ب پیڤەرێن ئامارەی یێن ڤێ سامپلێ بۆ خەملاندنا پیڤەرێن ئامارەی یێن هەموو بهایێن کۆمەلا مەزن، چونکی ئەو ناڤەندێ نموونێ ب دەربرینا ناڤەندێ کۆمەلا مەزن دزانن. لێ بۆ هەژمارتنا لادانێ پیڤانەی، ئەو لێکنەچوونێ سامپلێ دهەژمێرن ب یاسایەکێ کو پیچەکێ یا جیاوازە ژ یاسایا هەژمارتنا لێکنچەوونا کۆمەلا مەزن.

وئەڤێ یاسایێ بکاردئینن:

لێکنەچوونا سامپلێ: $\sigma^2 = \frac{1}{(n-1)}\left((x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \ldots + (x_n - \bar{x})^2\right)$

أ لێکنەچوون و لادانێ پیڤانەی ڤێ نموونێ بهەژمێرە: 15؛ 18؛ 7؛ 16؛ 5؛ 12.

ب بۆ هەژمارتنا ناڤەندێ ژمارا ترومبێلان دئێك خیزاندا، ئەنجوومەنا بازێرڤانییێ ل بازێرەکی سامپلەك وەرگرت ژ 10 خێزانان ب شێوەکی هەڕەمەکی، و ژ ئەنجامێ راپرسینا ڤی سامپلێ ئەڤ ژمارە دیاربوون: 2؛ 3؛ 2؛ 1؛ 1؛ 4؛ 2؛ 1؛ 3؛ 4. ناڤەندێ ژمارا ترۆمبێلان دئێك خیزانێدا بخەملینە، و لادانێ پیڤانەی بخەملینە.

بەشێ

5

سێگۆشەزانی

Trigonometry

سێگۆشەزانی زانستەکێ کەڤن و نوویە، ڤەکۆلینێ لسەر پەیوەندیێن ل ناڤبەرا لایێن سێگۆشێ و گۆشێن وێ دکەت. دکەڤندا مرۆڤی گرنگی ب سێگوشەزانییێ دایە، هەر وەکی ل وێنەیێ ل خوارێ دیار. سێگۆشەزانێ بجهئینانێن گەلەك بەرفرەهـ هەنە ل فیزیاییێ و گەردووںناسی و تەلارسازییێ و ئەندازێ و گەلەك بوارێن دن.

وانە

1. **ڕێژەییێن و سێگۆشەیی و شیکارکرنا سێگۆشەیا وەستاو.**

وانه

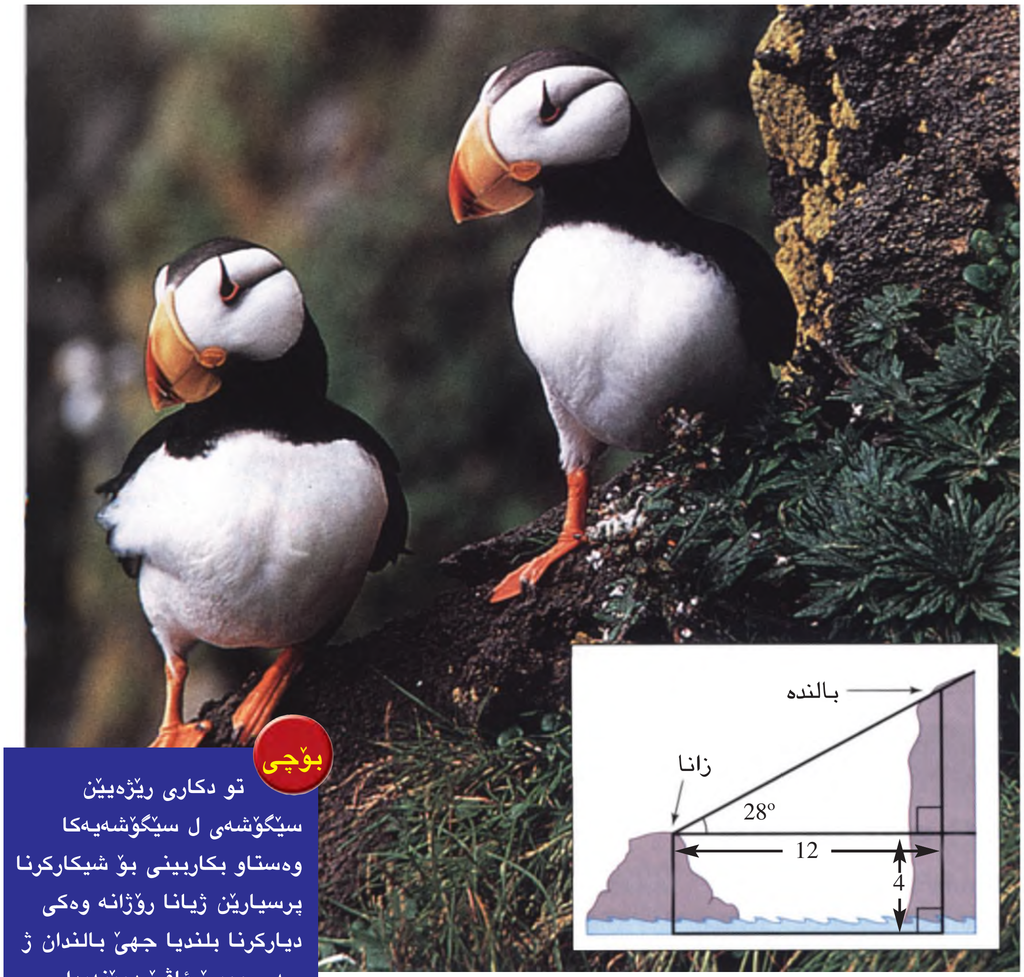
1

ڕێژەیێن سێگۆشەیی و شیکارکرنا سێگۆشەیا وەستاو

Trigonametric Ratios and Solving Right Triangle

ئارمانج

- ڕێژەیێن سێگۆشەیی بۆ گۆشەیەکا تیژ جودا دکەین و دهەژمێرین.
- سێگۆشەیەکا وەستاو شیکاردکەین بکارئینانا ڕێژەیێن سێگۆشەیی.



بۆچی

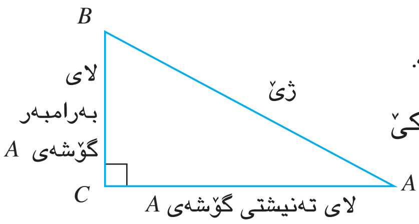
تو دکاری ڕێژەیێن سێگۆشەی ل سێگۆشەیەکا وەستاو بکاربینی بۆ شیکارکرنا پرسیارێن ژیانا ڕۆژانە وەکی دیارکرنا بلندیا جهێ بالندان ژ سەر ڕوویێ ئاڤێ دوێنەیدا.

زانایەك رادبیت ب وێنەکرنا کۆمەڵەکا بالندان کو ل پال جیایەکی راوەستیاینە، بۆ هەژمارتنا بلنداهیا جهێ ڤان بالندان ژ سەر ڕووێ ئاڤێ، زانای ئەو گۆشا دروست دبیت ل ناڤبەرا هێلا دیتنا بالندان و ئاسۆی پیڤا و دیت دبیتە 28°، چەوا ئەو زانایە بلنداهیا بالندان ژ سەر ڕووێ ئاڤێ دێ هەژمێریت؟ هەکە بزانت ئەو لسەر بلنداهیا 4 مەتران یێ راوەستیایە، ودووری ل ناڤبەرا وی و پالا چیای 12 مەترن؟

بجهئینان

باڵندە

بۆ هەژمارتنا بلنداهیا جهێ بالندان، سێگۆشەزانێ بکاربینە.



تو دکاری سێگۆشەزانێ بکاربینی بۆ دیارکرنا پیڤانا گۆشەکێ ژ گۆشێن سێگۆشەیەکا وەستاو، یان درێژیا لایەکی ژ لایێن وێ. ژبیرنەکەی کو ژێ سێگۆشەیا وەستاو ئەو لایێ بەرامبەری گۆشا وەستاوە. ل سێگۆشا لایێ چەپێ دبینی لای $\overline{AB}$ **ژێیە و لایێ** $\overline{AC}$ **دبیتە لایێ تەنیشتێ گۆشا** A و لایێ $\overline{BC}$ **دبیتە لایێ بەرامبەری گۆشا** A

خاڵەکا چاڤدێریێ ✓

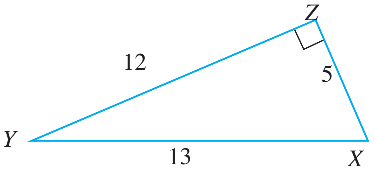
لایێ تەنیشتێ ولایێ بەرامبەر بۆ گۆشا B دیاربکە.

ڕێژەیێن سێگۆشەیی بۆ گۆشە A

پێناسە	$\sin A = \frac{\text{بەرامبەر}}{\text{ژێ}}$	$\cos A = \frac{\text{تەنیشت}}{\text{ژێ}}$	$\tan A = \frac{\text{بەرامبەر}}{\text{تەنیشت}}$
نڤیسین	$\sin A = \frac{BC}{AB}$	$\cos A = \frac{AC}{AB}$	$\tan A = \frac{BC}{AC}$

نموونە ①

هەرسێ ڕێژەیێن سێگۆشەیی بۆ گۆشا X ل وێنی بەرامبەر بهەژمێرە بلا هندەك بەرسڤ ب دروستی بن، و هندەك بەرسڤ دنێزیككری بن بۆ نێزیكترین بەش ژ دەه هزاری.



شیكار

$$\sin X = \frac{12}{13} \approx 0.923$$

$$\cos X = \frac{5}{13} \approx 0.3846 \qquad \tan X = \frac{12}{5} = 2.4$$

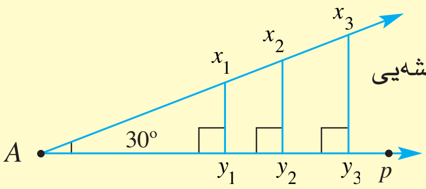
هەولبدە هەرسێ ڕێژەیێن سێگۆشەیی بۆ گۆشە Y ل سێگۆشا سەری بهەژمێرە، بلا هندەك بەرسڤ ب دروستی بن، و هندەك بەرسڤ دنێزیككری بن بۆ نێزیكترین بەشێ ژ دەه هزاری.

چالاكی

ڤەدیتنا ڕێژەیێن سێگۆشەیی

تە پێدڤی ب پرگالەكی وراستەكا سانتیمەتری و بژمێرەكێ هەیە.

خشتەیەكی وەكی خشتێ ل خوارێ دروستبكە.



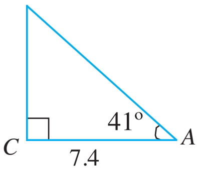
1. ئەوا دخشتەیدا هاتی بنڤیسە، پاشی تمامبكە ب ڕێیا پیڤانا لایێن دیاركری و هەژمارتنا ڕێژەیێن سێگۆشەیی بۆ گۆشە A.
2. ئەرێ ئەو بهایێن تە نڤیسین ل ستوونا $\sin A$ ب نێزیكی دیەكسانن؟ و هەروەسا ل ستوونا $\cos A$؟ و هەروەسا ل ستوونا $\tan A$؟

سێگۆشە	بەرامبەرێ A^o	تەنیشتێ A^o	ژێ	$\sin A = \frac{\text{بەرامبەر}}{\text{ژێ}}$	$\cos A = \frac{\text{تەنیشت}}{\text{ژێ}}$	$\tan A = \frac{\text{بەرامبەر}}{\text{تەنیشت}}$
Ax_1y_1						
Ax_2y_2						
Ax_3y_3						

3. ئەو ئەنجامێن ب دەست تە كەفتین بەراوردبكە دگەل ئەنجامێن هەڤالێ خو دپۆلێدا.
4. ئەرێ تو دكاری داناوەیەكێ [مگرتیەكێ] دارێژی دەربارەی هەرسێ ڕێژەیێن سێگۆشەیی بۆ گۆشە A.

خالا چاڤدێریێ ✓

بهایێن ڕێژەیێن سێگۆشەیی بۆ گۆشەکاتیژ ناهێنە گوهۆرین ب گۆهۆرینا سێگۆشەیا وەستاوا هاتیە بکارئینان، هەر وەکی ل چالاکیا سەری بۆ تە دیاربووی. بهایێن وان ڕێژەیان بتنێ ب پیڤانا گۆشێ دیاردبن. تو دشێی بهایێن ڕێژەیێن سێگۆشەیی بۆ گۆشەکی دیاربکەی هەکە تو پیڤانا گۆشێ بزانی بکارئینانا بژمێرا زانستی. و تو دکاری ڕێژەیێن سێگۆشەی بکاربینی بۆ هەژمارتنا درێژیێن هندەك لایێن سێگۆشەکا وەستاو، هەر وەکی دیاردبیت ل نموونە 2.



نموونە 2

درێژیا لایێن سێگۆشا بەرامبەر بهەژمێرە.

شیکار

چونکی درێژیا لایێ $\overline{AC}$ یا دیارە، دڤێت درێژیا هەردوو لایان $\overline{AB}$ و $\overline{BC}$ بهەژمێری.

$\cos A$ بکاربینە بۆ هەژمارتنا درێژیا ژێ $\overline{AB}$.

$\tan A$ بکاربهێنە بۆ هەژمارتنا درێژیا لایێ $\overline{BC}$.

$$\cos A = \frac{AC}{AB}$$

$$\cos 41^\circ = \frac{7.4}{AB}$$

$$AB = \frac{7.4}{cos 41^\circ}$$

$$AB \approx \frac{7.4}{0.7547} \approx 9.8$$

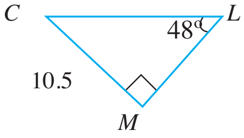
$$\tan A = \frac{BC}{AC}$$

$$\tan 41^\circ = \frac{BC}{7.4}$$

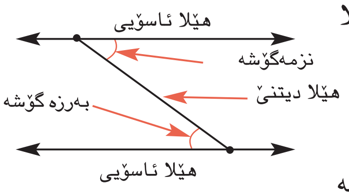
$$BC = 7.4 \times \tan 41^\circ$$

$$BC \approx 7.4 \times 0.8693$$

$$BC \approx 6.4$$



هەوڵبدە درێژیا لایێن سێگۆشا بەرامبەر بهەژمێرە.



بەرزە گۆشە: ئەو گۆشەیە کو هێلا ئاسۆیی پێکدئینیت دگەل هێلا دیتنا خاڵەکێ ژوێ بلندتربیت.

نزمە گۆشە: ئەو گۆشەیە کو هێلا ئاسۆیی پێکدئینت دگەل هێلا دیتنا خاڵەکێ ژ وێ نزمتربیت. بەرێ خو بدێ پیڤانا بەرزەگۆشە یەکسانە ب پیڤانا نزمە گۆشە.

نموونە 3

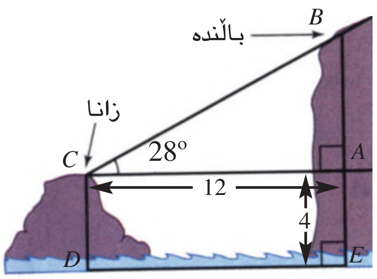
هەکە ڤەگریێن بۆ پرسیارا هاتیە دیارکرن ل دەستپێکا وانێ، بلنداهیا جهێ باڵندان ژ سەر رووێ ئاڤێ بهەژمێرە.

جێبەجێکردن

باڵندەکان

شیکار

$$BE = BA + AE$$



درێژیا پارچەراستەهێلێ $\overline{BE}$ بلنداهیا جهێ بالندان ژ رووێ ئاڤێ دنوێنت، چونکی $AE=CD=4$.

دڤێت تو درێژیا $\overline{AB}$ بهەژمێری:

$$\tan 28^\circ = \frac{AB}{12}$$

$$AB = 12 \times \tan 28^\circ$$

$$AB \approx 6.38$$

$$BE = BA + AE \approx 6.38 + 4 \approx 10.3$$

بلنداهیا بالندان ژ سەر رووێ ئاڤێ= 10.38 m ب نێزیکی.

تو دشێی بژمێرا زانستی بکاربینی بۆ هەژمارتنا پیڤانا گۆشەکێ هەکە ئێك ژ ڕێژەیێن سێگۆشەیی بۆ گۆشێ یا زانڕاوبیت بکارئینانا کلیلێن.

TAN^{-1} **COS^{-1}** **SIN^{-1}**

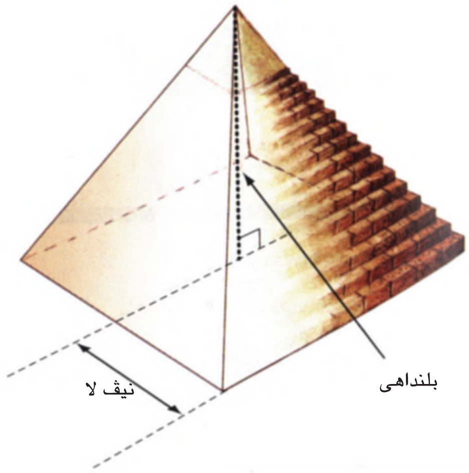
هەکە $\tan A = \frac{4}{3}$ دێ پیڤانا گۆشە A دبیتە $\tan^{-1}\frac{4}{3} \approx 56^{\circ}$

دەروازەیەك لسەر ڕەوشەنبیریا فیرعەونیان

فیرعەونیان پەیوەندیەکا سێگۆشەیی بکاردئینان دگۆتنێ (سیکد) کو لارێ ڕووی هەرەمێ دنواند.

$$1 \text{ سکید} = \frac{\text{نیڤا لایێ بنکێ هەرەمێ (ب بۆستان)}}{\text{بلنداهیا هەرەمێ ب کیوبت «١کیویت= 7 بۆست»}}$$

بەرێ خۆ بدێ کو سیکد هەلگەڕاوێ tan گۆشێیە کو دبێژنێ Cotangent یان ب کورتی cot ی گۆشێ.

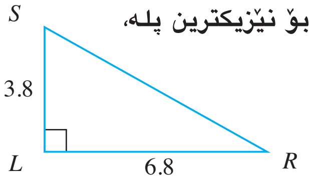


بجهئینان
ئەندازە

بۆ شیکارکرنا سێگۆشەکا وەستاو دڤێت پیڤانا گۆشێن سێگۆشێ و درێژیا لایێن نەزانڕاو بهەژمێری. بژمێرا زانستی بکاربینە بۆ کارێ خۆ، بۆ هەژمارتنا پیڤانا گۆشەکێ هەکە ڕێژەیەکا وێ یا سێگۆشەی بزانی ڤێ ڕاستیێ بکاربینە کو سەرجەمێ گۆشێن سێگۆشێ دبیتە 180° ئانکو سەرجەمێ هەردوو گۆشێن تیژ دسێگۆشا وەستاودا دبیتە 90°.

نموونە 4

سێگۆشا بەرامبەر شیکاربکە بهەژمارتنا پیڤانا گۆشان ب نێزیککرن بۆ نێزیکترین پلە، و درێژیا ژێ ب نێزیککرن بۆ نێزیکترین دەهیێك.



شیکار

1. $\tan R = \frac{3.8}{6.8}$

$$R = \tan^{-1}\frac{3.8}{6.8} \approx 29^{\circ}$$

2. چونکی سەرجەمێ هەردوو گۆشێن تیژ یەکسانە 90° پیڤانا گۆشە S دبیتە $90^{\circ} - 29 = 61^{\circ}$ ب نێزیکی.

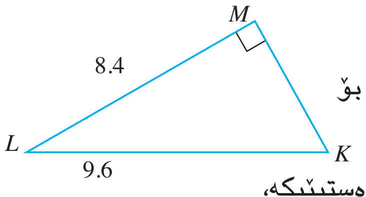
3. سەلمێنراوا فیساگۆرسی بکاربینە بۆ هەژمارتنا درێژیا ژێی.

$$(RS)^2 = (6.8)^2 + (3.8)^2$$

$$RS = \sqrt{(6.8)^2 + (3.8)^2}$$

$$RS \approx 7.8$$

هەوڵبدە سێگۆشەیا بەرامبەر شیکاربکە بهەژمارتنا پیڤانا گۆشان و نێزیککری بن بۆ نێزیکترین پلە، ودرێژیا لای و نێزیککری بیت بۆ نێزیکترین دەهیێك.



هزرکرنەکا ڕەخنەگر

1. چەوا سێگۆشا نموونە 4 شیکاردکەی، بهەژمارتنا ژێ وێ دەستپێبکە، پاشی sin ، cos بکاربینە بۆ هەژمارتنا گۆشێن وێ؟
2. پشتی هەژمارتنا پیڤانا $\hat{R}$ ئەرێ تو دشێی ژێ بهەژمێری بێی بکارئینانا سەلمێنراوا فیسا گۆرسێ.

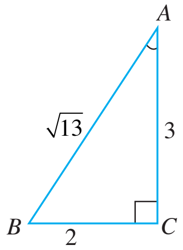
راهێنان

بەردەوامبوون د بیرکاریێدا

1 چەوا ڕێژەیێن سێگۆشەیی بۆ گۆشا A ل سێگۆشەیا بەرامبەر دێ هەژمێری.

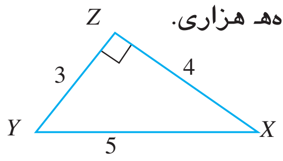
2 چەوا پیڤانا هەردوو گۆشان A و B ل سێگوشەیا بەرامبەر دێ ئینیەدەر.

3 جیاوازی چیە ل ناڤبەرا $\sin^{-1} A$ ، $\frac{1}{\sin A}$ ؟

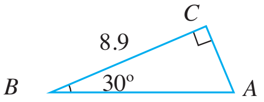


راهێنانێن ئاڕاستەکری

4 ڕێژەیێن سێگۆشەیی بۆ گۆشە X ل سێگۆشا لایێ چەپێ. بهەژمێرە، بەرسڤێن خۆ ب دروستیێ دیاربکە، و دنێزیککری بن بۆ نێزیکترین بەش ژ دەه هزاری.

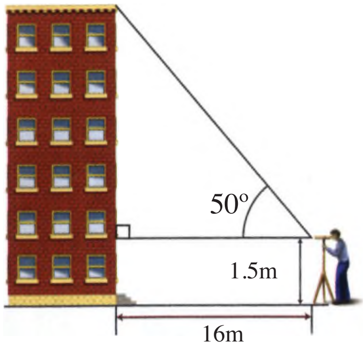


5 دریژیا هەردوو لایان $\overline{AC}$، $\overline{BA}$ ل سێگۆشا لایێ راستێ بهەژمێرە.

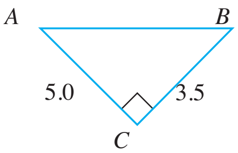


بجهئینان

6 **ئەندازە** : ئەنداز یارەکی ل دووراتیا 16 m ژ ئاڤاهیەکێ راوەستیا، ب دویربینەکێ بەرێ خۆ دا بلندترین خال ژ ئاڤاهی و ئەو دویر بینە ژ ئەردێ یا بلند بوو ب 1.5m بلنداهیا ئاڤاهیێ چەندە؟ هەکە پیڤانا بەرزەگۆشە 50بیت.



7 سێگۆشا ل خوارێ شیکاربکە. پیڤانا گۆشە A بهەژمێرە ب نێزیککرن بۆ نێزیکترین پلە، ودرێژیا $\overline{AB}$ ب نێزیککرن بۆ نێزیکترین دەهێك.



راهێنان و بجهئینان

سێگۆشەیا $J\,K\,L$ بکاربینە بۆ هەژمارتنا هەر بهایەکێ داخوازکری، بەرسڤا خۆ ب دروستی بدە، پاشی نێزیکبکە بۆ نێزیکترین بەش ژ دەه هزاری.

8 $\sin K$

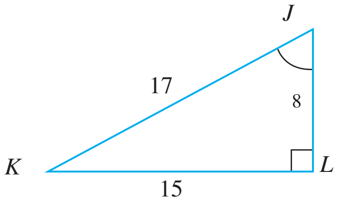
9 $\sin J$

10 $\cos J$

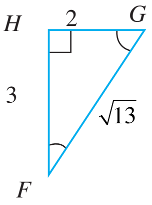
11 $\cos K$

12 $\tan K$

13 $\tan J$



سێگوشەیا FGH بکاربینە بۆ هەژمارتنا بهایێ داخوازکری، بەرسڤێ ب دروستی بدە، پاشی نێزیکبکە بۆ نێزیکترین بەش ژ دەه هزاری.


H
2
G
3
$\sqrt{13}$
F

14 $\sin G$

15 $\sin F$

16 $\cos G$

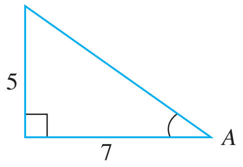
17 $\cos F$

18 $\tan G$

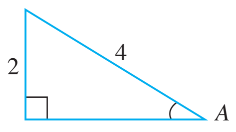
19 $\tan F$

پەیڤانا گۆشە A بهەژمێرە بکارئینانا بژمێرێ.

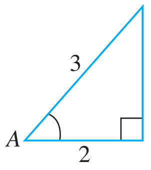
20



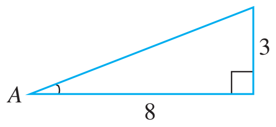
21



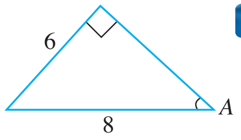
22



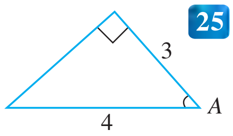
23



24

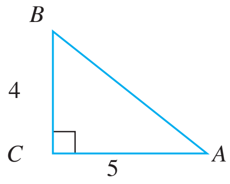


25

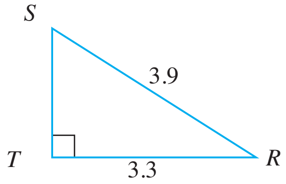


سێگۆشێ شیکاربکە. پیڤانا گۆشان بهەژمێرە ب نێزیککرن بۆ نێزیکترین پلە، و درێژیا لایان ب نێزیککرن بۆ نێزیکترین دەهیێك.

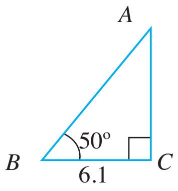
26



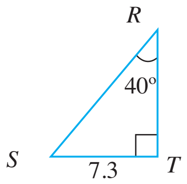
27



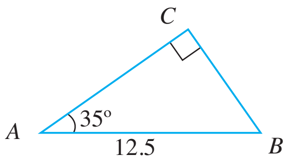
28



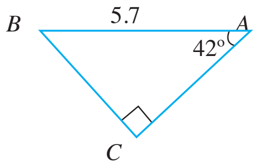
29



30

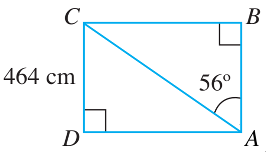


31



32 بسەلمینە کو پەیوەندیا $\tan A=\frac{\sin A}{\cos A}$ هەردەم یا دروستە؟

33 **ئەندازە:** درێژیا هەر ئێك ژ لایێ $\overline{AD}$ و ژێ $\overline{AC}$ ل لاکێشەیا بەرامبەر بهەژمێرە.



بجهئینان

34 **جوانکاریا مالان.** بابێ ئازادی دڤێت بالەکۆنەکێ لسەر شێوێ سێگۆشەکا وەستاو دروستبکەت کو ژێ سێگۆشی 6 بیت و درێژیا هەر دوو لایێن وەستاو دیەکسان بن.

أ درێژیا هەر ئێك ژ هەردوو لایێن گۆشا وەستاو بهەژمێرە.

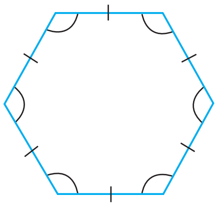
ب رووبەرێ بالە کۆنێ بهەژمێرە.

فڕۆکەڤانی: **فڕۆکەیەك ل بلنداهیا 6.5 km دفڕیت، وژبەر دادانەکا ئارام کابتنێ فڕۆکێ بریاردا دەست ب دادانێ بکەت.**

35 پیڤانا گۆشا هێلا دادانێ دگەل هێلا ئاسۆیی پێکدهینت بهەژمێرە ئەگەر بزانی کابتنی دەست بهاتنا خوارێ کر ل دووراتیا 186 km ژ فڕۆکەخانێ (دووراتی یا پیڤاییە لسەر ئەردی).

36 ل دویراتیا چەندێ ژ فڕۆکەخانێ دڤیت کابتن دەست بهاتنا خوار بکەت، هەکە پیڤانا گۆشێ لناڤبەرا هێلا هاتنە خوارێ و هێلا ئاسۆیی 5° هەلبژارت؟

بەرهنگاری



37 **ئاڤاکرن:** کارگێریا باغچەیەکی گشتی دڤێت جهەکی بهێنڤەدانێ ئاڤا بکەت بنکێ وێ لسەر شێوێ شەش لایەکی رێك بیت و درێژیا لایەکی 10 بیت. پارێ تیچوونێ بۆ راخستنا هەر مەترەکی دووجا ژ بنکێ وێ 17 هزار دینار بوو. رێژەیێن سێگۆشەیێ بکاربینە بۆ هەژمارتنا راخستنا بنکێ وێ.

لێنێرینەك بۆ پاش

هەر بڕەکی ب سادەترین شێوە بنڤیسە، پشتی رێژەکرنا ژێرەی.

38 $\frac{3}{\sqrt{2}}$

39 $\frac{1}{\sqrt{3}}$

40 $\frac{5}{1-\sqrt{2}}$

41 $\frac{5}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

ناڤەندێ هەر کۆمەڵەکا بهایان بهەژمێرە، پاشی لادانێ پیڤانەیی بهەژمێرە.

42 12، 34، 18، 25، 53، 46، 17، 14، 25، 36، 24، 19، 17، 28، 26، 22

43 102، 107، 122، 99، 103، 121، 113، 100، 78، 130، 125، 119، 110